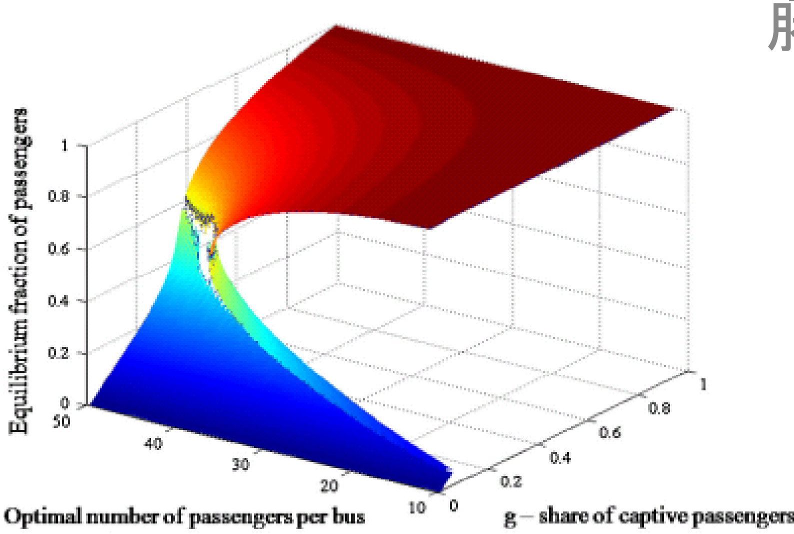
# A model of the vicious cycle of a bus line

Asaf Bar-Yosef, Karel Martens, Itzhak Benenson

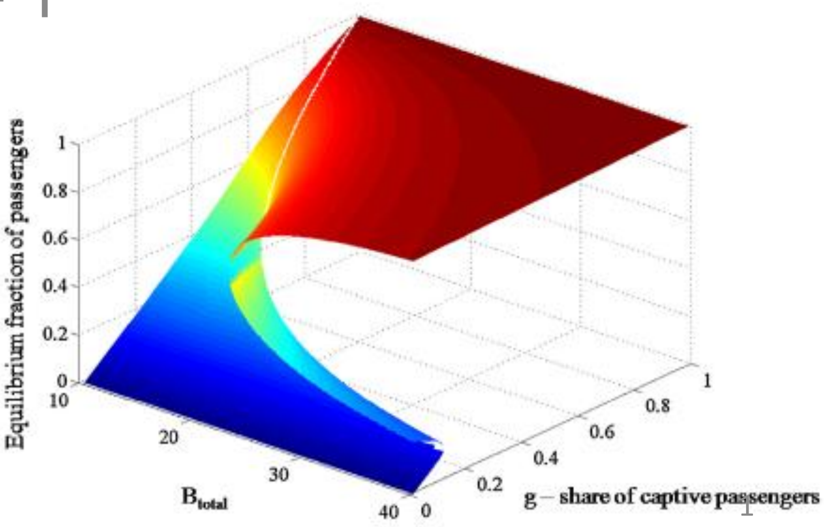
**Transportation Research Part B vol.54 pp37-50, 2013**

2013/06/28

藤垣洋平



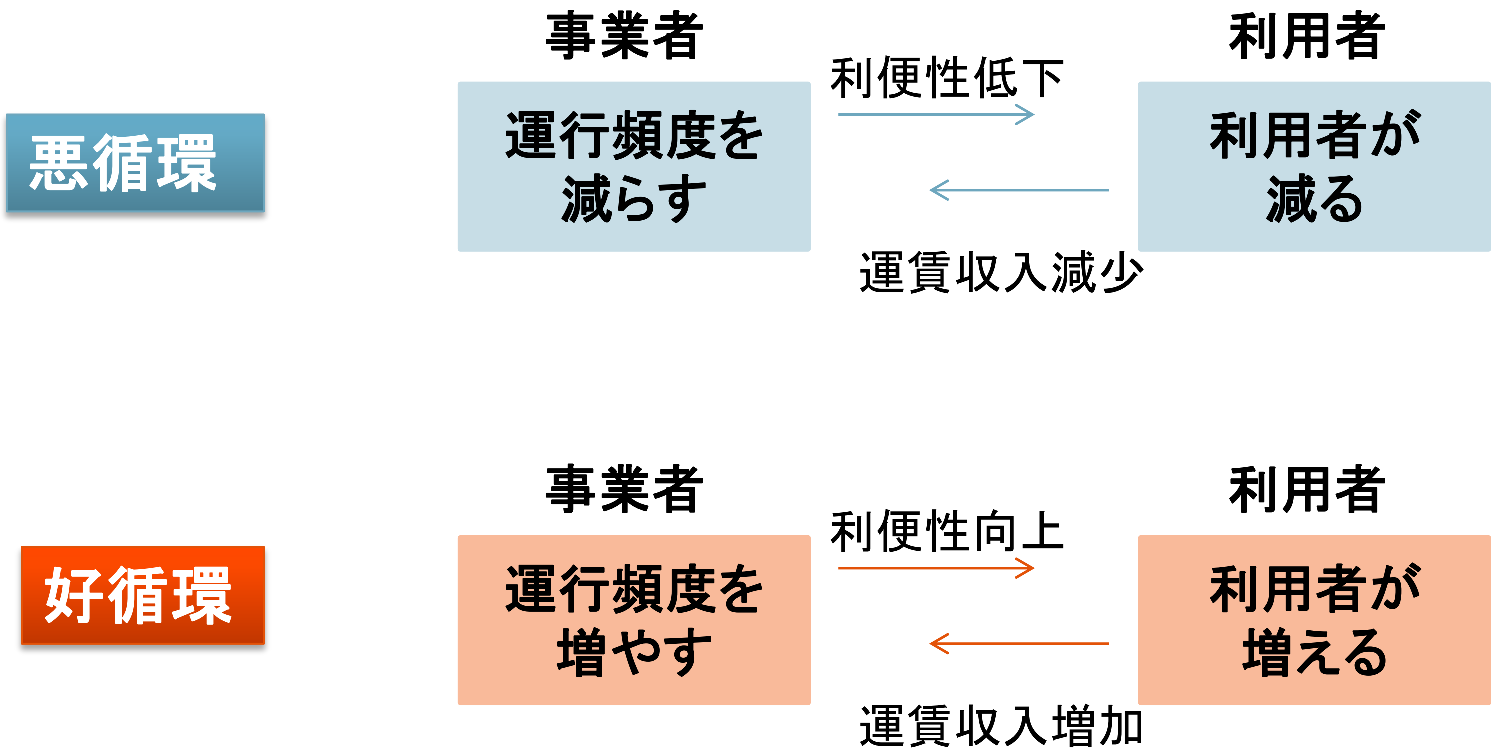

(a)




(a)

# 1. 公共交通の悪循環とは何か

- バス等の公共交通では、事業者側のサービス（運行頻度）決定と利用者の利用決定が相互に影響しあい、悪循環/好循環が起こり得るということが知られている



# 論文の目的

## 論文の目的

公共交通事業者と利用者の相互作用のモデルを構築することで、様々な状況下での好循環・悪循環の動的プロセスを理解すること

**※バスを想定しているが他の公共交通手段でも基本的な概念は成り立つ**

## 仮定

✓ 利用者は**「運行頻度」**だけに反応する

＝利用者側の「許容待ち時間」と、バス側の「運行頻度」の関係から、利用者数が定まる

✓ 料金や施設配置の変化は考えない

# 目次

# 2. 許容待ち時間の推計

- 利用者にとって、待ち時間の負担は、同じ長さの乗車時間の負担よりも大きく感じられるため、重要な要素である（Ceder,2007）

- 公共交通に対する許容待ち時間は個人によって異なる

- 許容待ち時間に関する既往調査
  - **Peterson et al.(2006)** ：
    Wahpeton-Breckenridge とFargo-Moorhead を結ぶExpress Bus 導入検討の調査レポートの一環として、沿線地区の通勤者に調査をしている
  - **Caulfield and O'Mahony(2009)**
    Dublinで web調査を行っている

# 許容待ち時間の密度関数

## 許容待ち時間の分布

Peterson et al(2006), Caulfield and O'Mahony(2009)
の2つのSP調査研究結果から、分布（密度関数）を求める

## 関数の適用

関数形 $f(\tau) = C\tau^{a}e^{-b\tau}$ を仮定して
パラメータを推定

**推定結果(Caulfield and O'Mahony)**

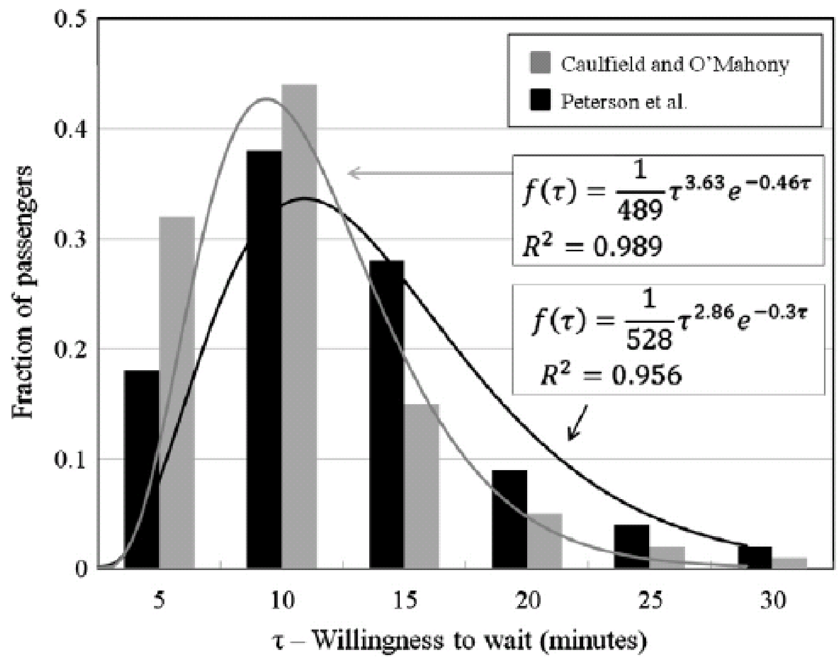
$$f(\tau) = \frac{1}{489}\tau^{3.63}e^{-0.46\tau}$$

$$R^2 = 0.989$$

**推定結果(Peterson et al)**

$$f(\tau) = \frac{1}{528}\tau^{2.86}e^{-0.3\tau}$$

$$R^2 = 0.956$$



# 3. ダイナミクスの導出　ー利用者側の反応(1)

- **続いて、許容待ち時間を使って、ある時点での利用者数を定式化する**

- **固定層・選択層の設定**

• まず、あるd日の利用者数P(d)を、運行間隔の関数として求める
• 利用可能な人数全体を　$P_{total}$，　そのうちバス固定層の割合をgとする

➡ $gP_{total}$ が固定層利用者なので、残りの選択層利用者を考える

- **文字の設定**

$N_u(\tau, d)$ : 許容待ち時間がτ　から　τ＋Δt である人で、バスを**<u>利用する</u>**人数

$N_n(\tau, d)$ : 許容待ち時間がτ　から　τ＋Δt である人で、バスを**<u>利用しない</u>**人数

$T_B$　**:バスの運行間隔（一定とする）**

**α**: 前日に利用していない人が、その日に許容待ち時間以内ならバスを利用する確率
**β**: 前日まで利用していた人が、その日に許容待ち時間を越えた場合に利用を止める確率

# 利用者側の反応(2)

## Nu, Nnに関する漸化式

**$\tau < T_B$ の場合**
（許容時間より運転間隔が長い場合）

乗るようになる人数

乗るのをやめる人数

$$N_u(\tau, d+1) = N_u(\tau, d) + \alpha N_n(\tau, d)\boxed{\frac{\tau}{T_B}} - \beta N_u(\tau, d)\boxed{\left(1 - \frac{\tau}{T_B}\right)}$$

$$N_n(\tau, d+1) = N_n(\tau, d) - \alpha N_n(\tau, d)\boxed{\frac{\tau}{T_B}} + \beta N_u(\tau, d)\boxed{\left(1 - \frac{\tau}{T_B}\right)}$$

許容時間内に来る確率

**上記以外の場合**
（許容時間より運転間隔が短い場合）

$$N_u(\tau, d+1) = N_u(\tau, d) + \alpha N_n(\tau, d)$$

$$N_n(\tau, d+1) = N_n(\tau, d) - \alpha N_n(\tau, d)$$

以上を満たすNuを用いて

固定層　選択層

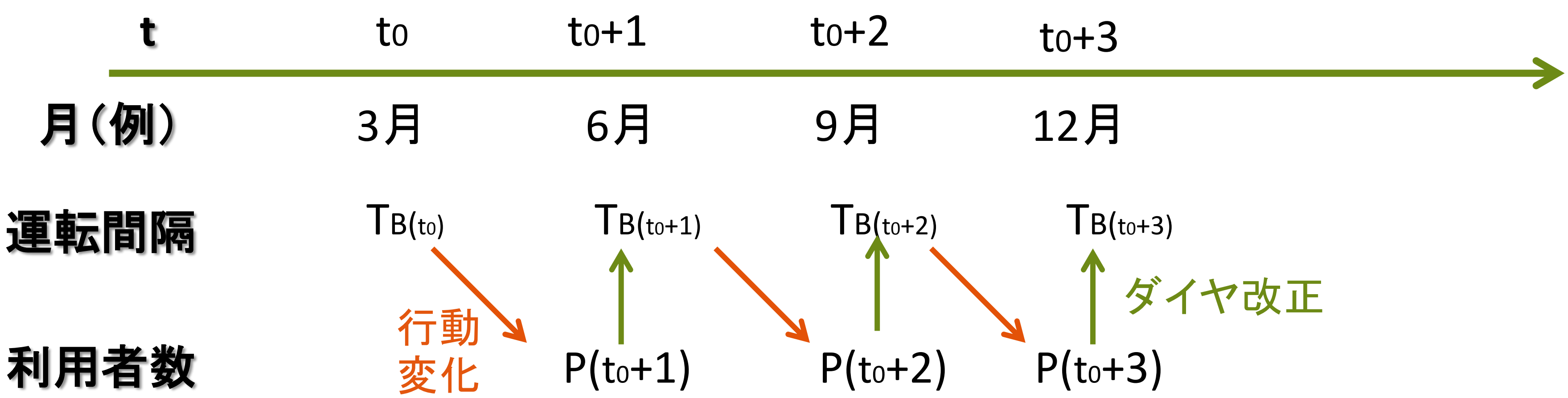
$$P(d) = gP_{total} + (1-g)\int_0^\infty N_u(\tau, d)\,d\tau$$

あるd日の利用者数

# 四半期単位での利用者の安定化

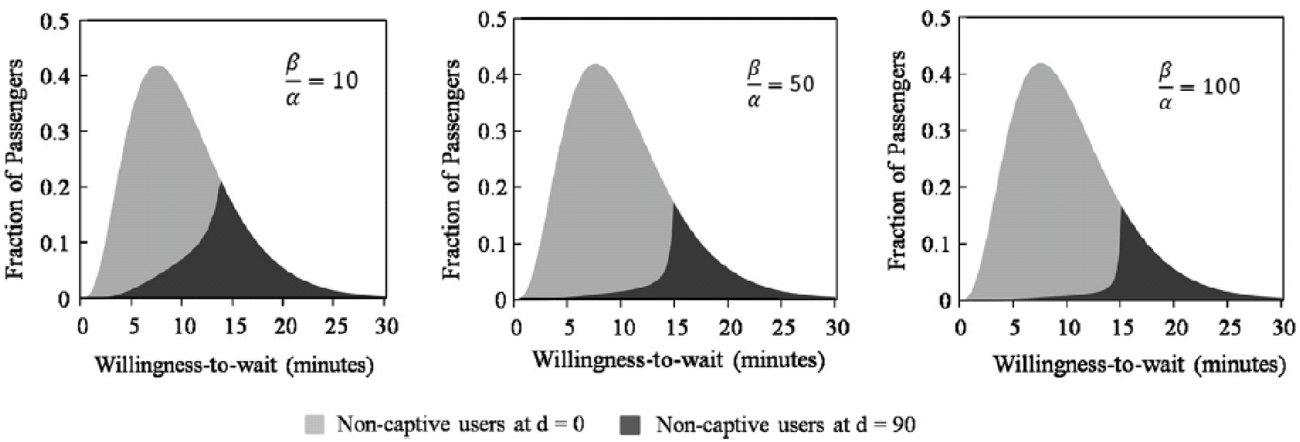
- 事業者は四半期ごとに、直前での利用者数を参考にダイヤを改正する（運行間隔を変える）とする
- 利用者は改正された運行間隔を元に行動（利用の有無）を変える

- $t_0+1$での利用者数を$P(t_0+1)$, $t_0$で改正されたバスの本数を$T_{B(t_0)}$ とした時の、$T_{B(t_0)} \rightarrow P(t_0+1)$　**の関数を考える**



# 利用者側の行動の簡略化

- **先ほどの漸化式を用いた90日後の利用者数計算結果**
  - d = 0では（薄い色の部分）全員利用と仮定しているので、グラフは許容待ち時間の密度関数と一致している
  - 上記の初期条件下で、d = 90　で利用している人が濃い色の部分に相当する
  - **βが相対的に大きい（許容待ち時間を過ぎたら即利用中止）であるほど、運行間隔より許容待ち時間が短いのに乗っている人は減る**




※運行間隔は15分

- **運行間隔より許容待ち時間が短いのに、90日後も乗り続けている人はいないとして簡略化すると、密度関数を∞から運行間隔まで積分すれば選択層の利用者数が求まる**

$$P(t+1) = gP_{total} + (1-g)P_{total}\int_{T_{B(t)}}^{\infty} f(\tau)d\tau$$

# バス事業者側の行動

- **バス事業者の運行頻度設定方法**
- 最適な利用者数/バス台数があると仮定する
- **バス事業者は、利用者m人ごとに1台増やす**

**＝　t期でのバス台数B(t) = P(t)/m　とする**

- **$P_{total}$ の中で、利用している人の割合をX(t)とする【P(t) = X(t)$P_{total}$】**
- 全候補者が乗った時の　バス台数を　**$P_{total}$/m = $B_{total}$**

　またその時の運行頻度を **L/$B_{total}$　= $T_{Btotal}$**　と置く

- $T_{B(T)}$ の式から、$T_{btotal}$とX (t)の式に変形

∵ココに代入して、X(t)だけが変数の漸化式にしたいから

$$P(t+1) = gP_{total} + (1-g)P_{total}\int_{T_{B(t)}}^{\infty} f(\tau)d\tau$$

$$T_{B(t)} = \frac{L}{B(t)} = \frac{Lm}{P(t)} = \frac{Lm}{X(t)P_{total}} = \frac{T_{B_{tot}}}{X(t)}$$

運行間隔は距離/台数

**B(t) = P(t)/m**

**P(t) = X(t)$P_{total}$**

**$P_{total}$/m = $B_{total}$**

**L/ $B_{total}$ =$T_{Btotal}$**

# ダイナミクスの導出（完結）

- (2)式を、(1)式の積分の積分区間の下端に代入
- 両辺を$P_{total}$で割ると(3)になる

**→ (3)式は、t期の利用率からt+1期の利用率が計算できる漸化式**

$$T_{B(t)} = \frac{L}{B(t)} = \frac{Lm}{P(t)} = \frac{Lm}{X(t)P_{total}} = \frac{T_{B_{total}}}{X(t)} \qquad (2)$$

$$P(t+1) = gP_{total} + (1-g)P_{total}\int_{T_{B(t)}}^{\infty} f(\tau)d\tau \qquad (1)$$

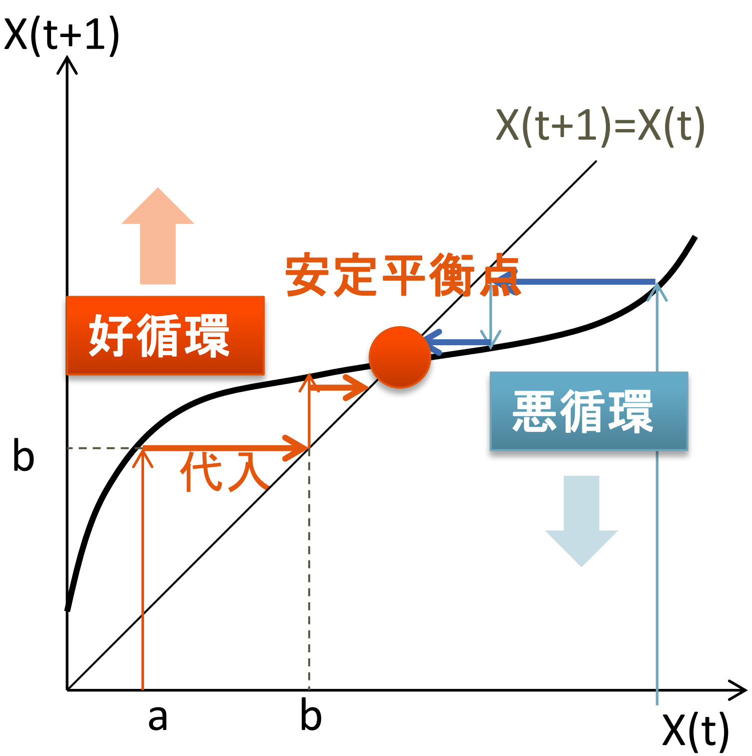
両辺を Ptotal　で割る

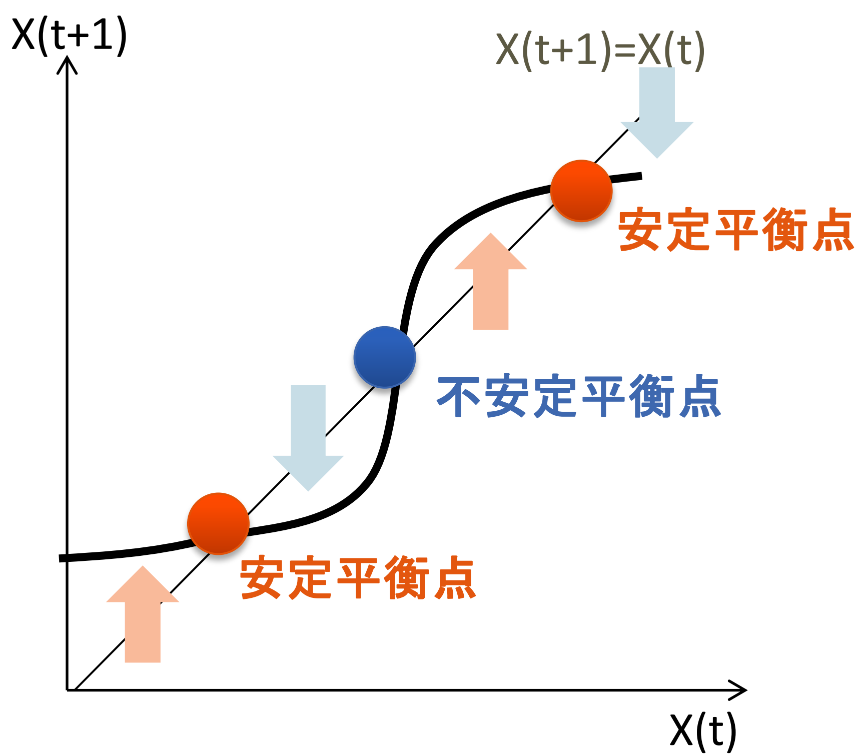
$$\boxed{X(t+1) = F(X(t)) = g + (1-g)\int_{\frac{T_{Btotal}}{X(t)}}^{\infty} f(\tau)d\tau} \qquad (3)$$

＊ 左辺は$P(t)/P_{total} = X(t)$

# 悪循環・好循環の考察の基礎【独自】

- この先の議論では、X(t) を横軸に、X(t+1)を縦軸にとったグラフを使う
- 特にそのグラフが45° 線の上にあるか下にあるかが特に重要
  →それがなぜかを説明します



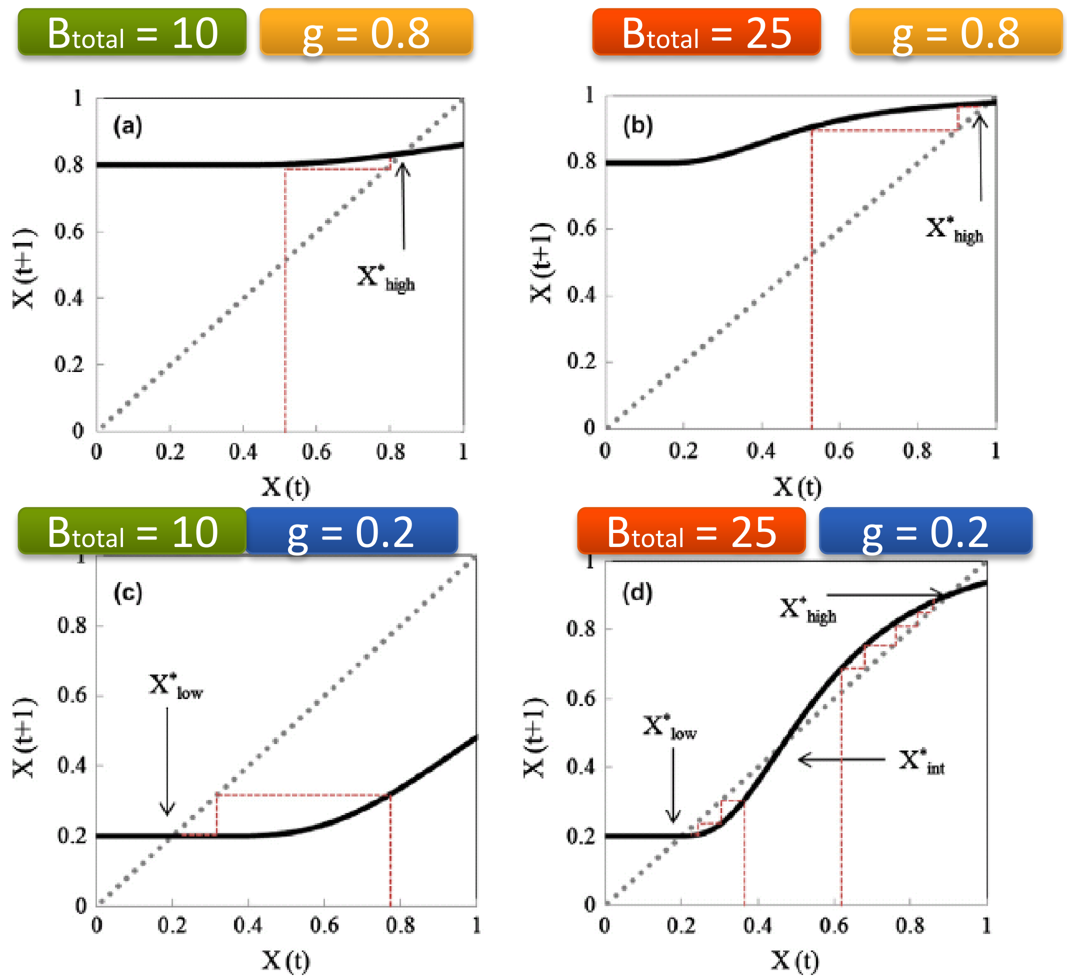



# 4. 悪循環の考察

利用対象人口　少　　利用対象人口　多

固定層　多

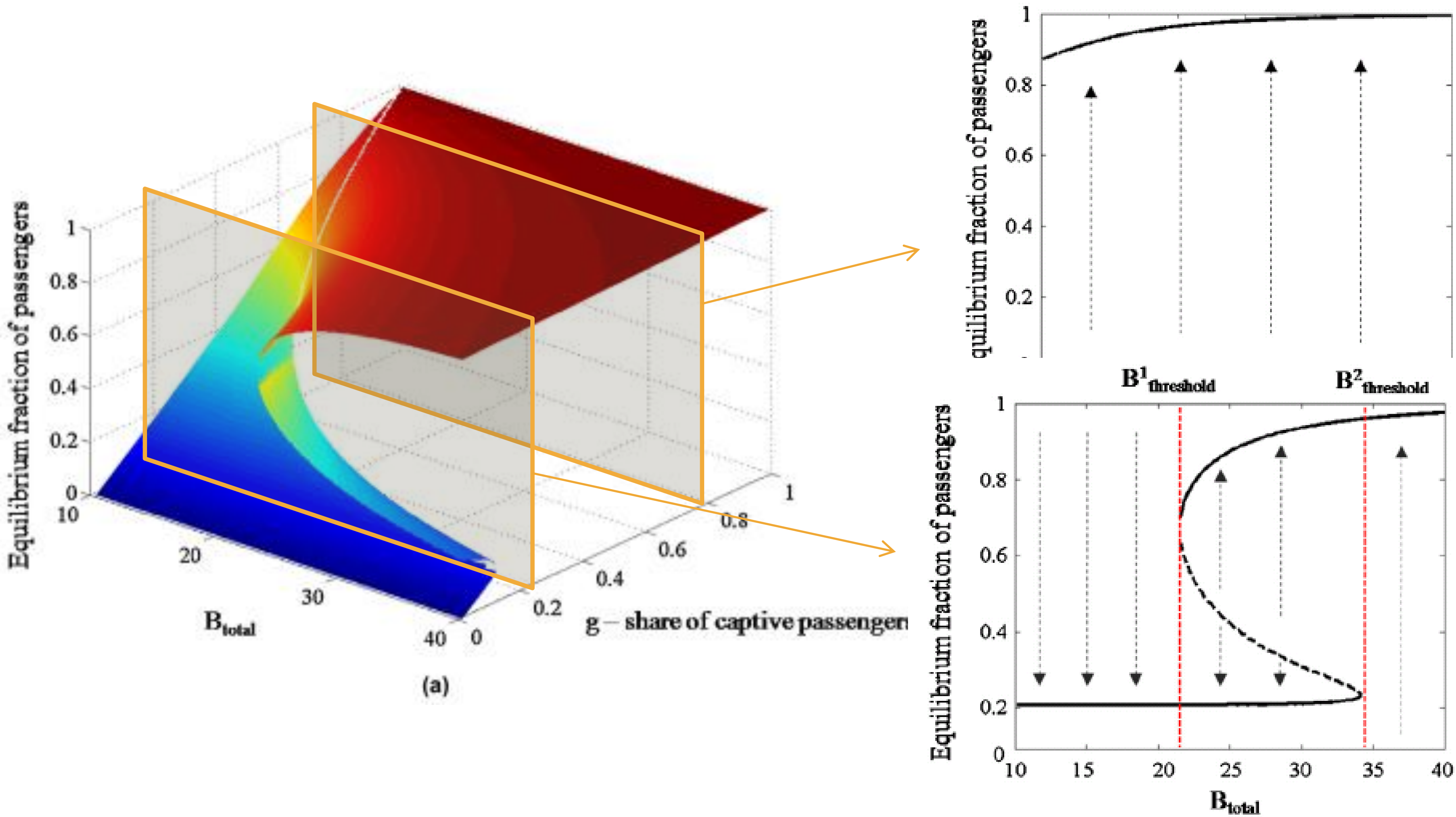
固定層　少




- パラメータによって、複数均衡点がある場合と単一の均衡点の場合がある

藤垣注：利用対象人口全員が使った時のバス台数Btotalは、利用対象人口に比例

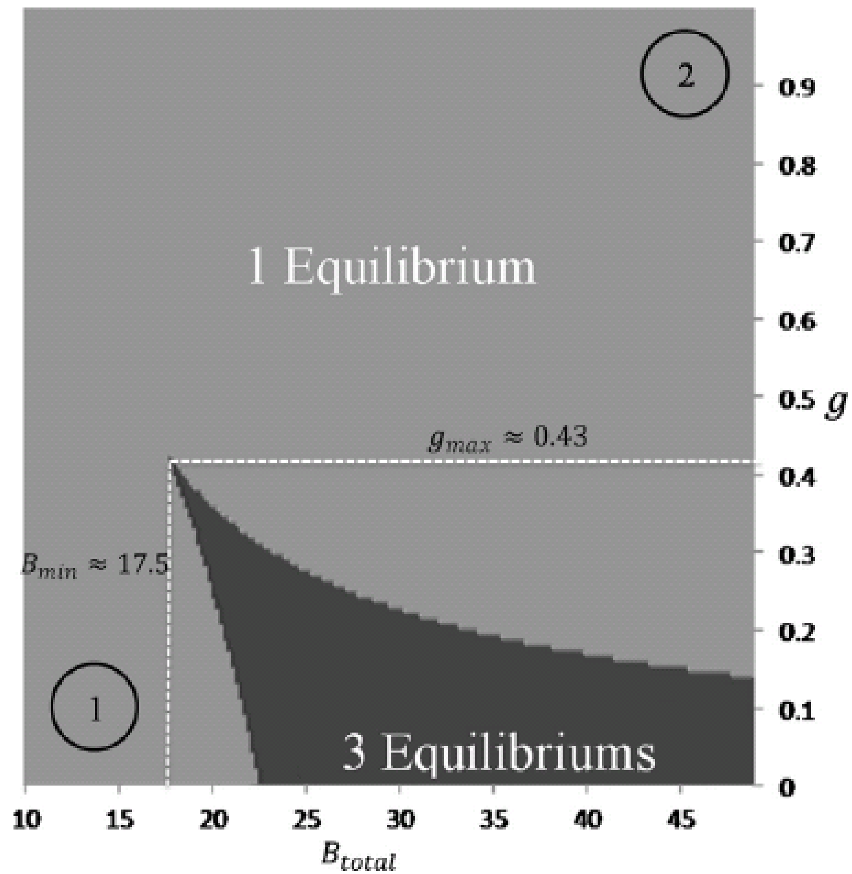
# 利用者数/キャプティブ率による均衡点の変化




- 均衡点の値を、($B_{total}$, g )の関数として表現したものが上の図
- g　が小さい場合、**$B_{total}$ が増えていくと、あるところで急に高い方の均衡点が登場**

# 利用者数/キャプティブ率と均衡数

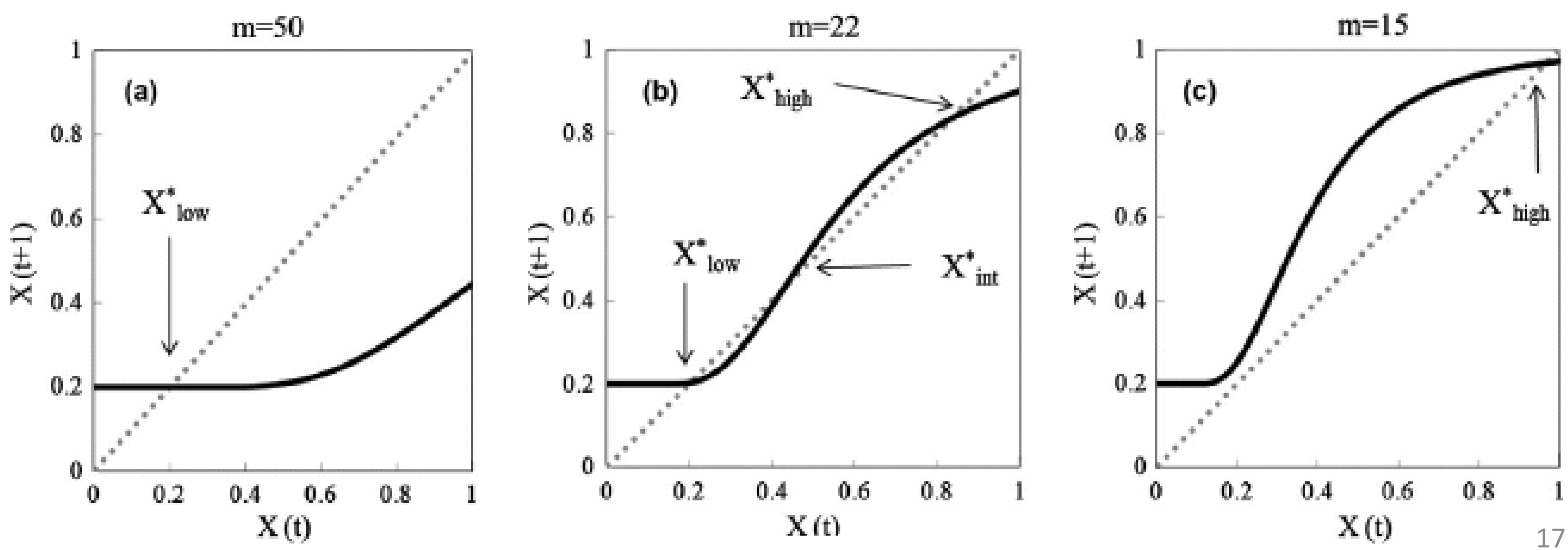
- 均衡点の**数**（安定・不安定均衡点合計）を、(Btotal, g )平面上で表現したものが左の図（先ほどの立体を上から見る）
- 平衡点が三つ　＝　**複数の安定均衡点**
- 1　の付近では、低い均衡点が一つあるだけであり、悪循環の末に低頻度サービス・低利用に陥る
- 2　の付近では、高い均衡点が一つあるだけであり、好循環の末に高頻度サービス・高利用に達する



# 5. モデルの拡張（応用） ―1

- バスの運行頻度を増やし、好循環に持ち込みやすくするための一つの選択肢は、バスのサイズを小さくすることである
- 今回のモデルでは、バス事業者側が本数を決める時に用いた、最適な（利用者/台数）の数値　m を小さくすることに相当する

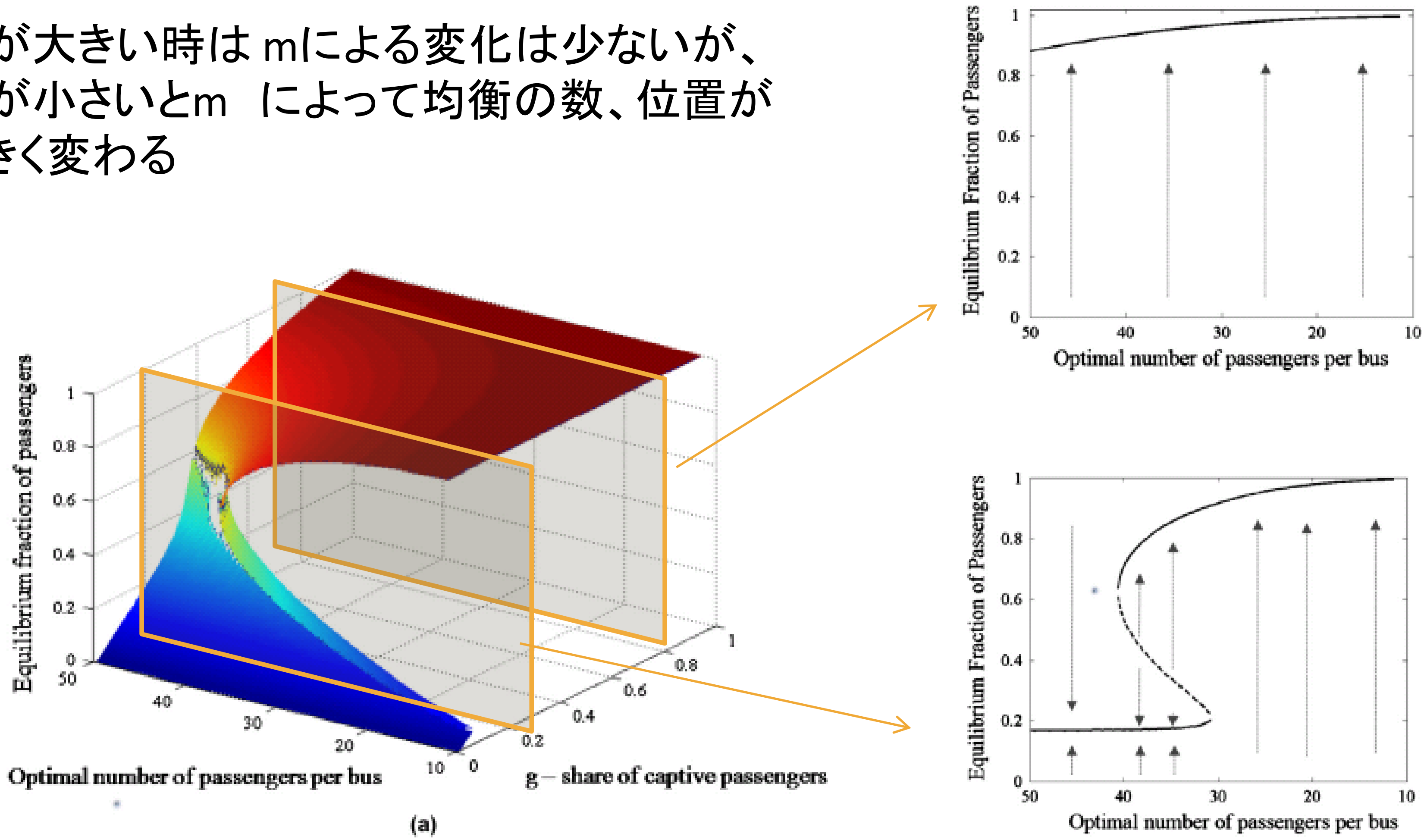
- **mを小さくすると、低い位置での単一均衡だった状態から、複数均衡、そして高い位置での単一均衡へと変化する**



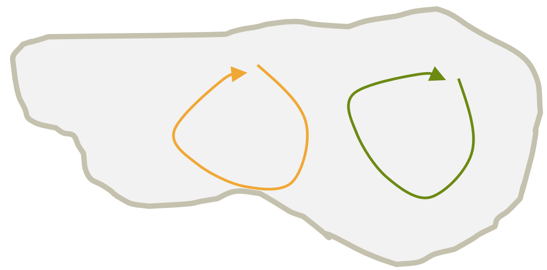

$P_{total} = 500$ and $g = 0.2$

# バス容量とキャプティブ率による均衡値の変化

- 先ほどと同様に、(バスの容量m,固定層率 g)の関数として均衡点の値を表現
- g　が大きい時は mによる変化は少ないが、g　が小さいとm　によって均衡の数、位置が大きく変わる



# 5. モデルの拡張(応用)　—2



- ある地域に2つの環状線バス路線(各長さL)の候補があるとする
- 投入できるバス台数は一定の時に、【1路線だけ運行する】【2路線とも運行する】どちらが良いか？

| | 運行間隔 | 最大利用者数 |
|---|---|---|
| 1路線 | L/Btotal | Ptotal |
| 2路線 | 2L/Btotal | 2Ptotal |

- この時、両ケースでの動的変化を示す式は右の通り

1ルート

$$X_1(t+1) = g + (1-g)\int_{\frac{L}{X_1(t)B_{total}}}^{\infty} f(\tau)d\tau$$

2ルート

$$X_2(t+1) = 2g + 2(1-g)\int_{\frac{2L}{X_2(t)B_{total}}}^{\infty} f(\tau)d\tau$$

- **gが大きい(≒1)の時→**　運行頻度が低くても利用されるので**2路線**の方が良い
- **gが小さい時**　→2ルートにした際の運行頻度2L/Btotalが、低い方の均衡にしかたどり着かない場合は、**1路線**の方が良い

# 6．結論と議論

## 結論

- 公共交通の好循環と悪循環を分析できる解析的なモデルを、利用者が待ち時間によって利用を決めるという仮定の元で導出した

- 沿線人口、バス固定層の割合、そして事業者側が考える最適なバス容量といったパラメータによって、好循環/悪循環のどちらに入るかが変化するということを示した

## 実務的な観点での示唆

- 低位均衡と高位均衡のどちらに向かうかの境目に当たる、不安定均衡付近にあるようなバス路線は、運行頻度を増やすという条件付きでの一時的な補助金の増額を行なえば、好循環に入り利用者・収入が増え、将来の補助金の減額と利用増を同時に達成できる可能性がある。