

An analytical approximation for macroscopic
fundamental diagram of urban traffic
Carlos F. Daganzo , Nikolas Geroliminis
Transportation Research Part B, Vol42, pp771~781,
2008.

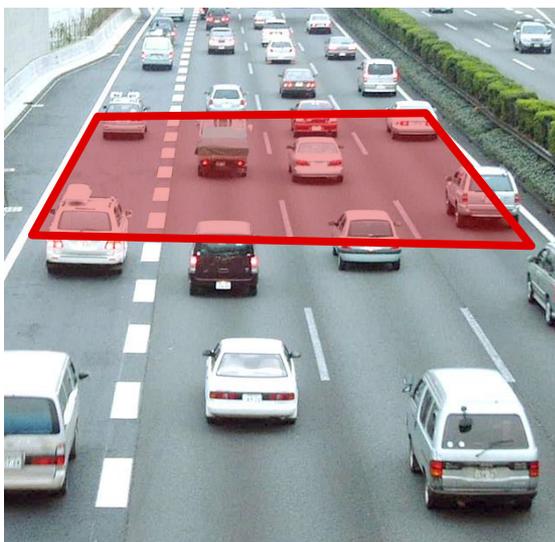
2014/6/28

集中理論談話会

B4 森部伸一

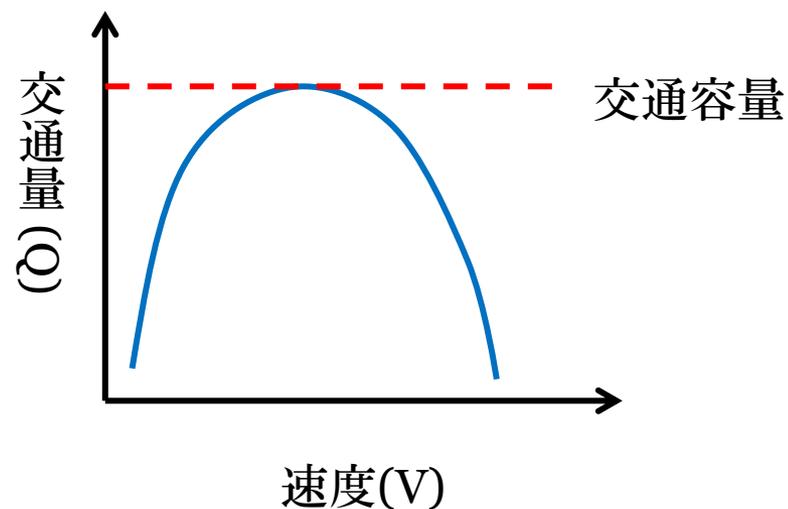
速度と密度と交通量の関係

速度、密度、交通量の対応関係は
右の図のようになる



上の図のように道路のあるブロッ
クについて考えると
速度と交通量の関係は右のような
Q-V曲線になる

速度	密度	交通量
速い	低い	少ない
中間	中間	多い
遅い	高い	少ない



MFDについて①

道路のあるブロックではなくネットワーク全体で見たとき、交通量を示す何らかの関係は存在しないのか？



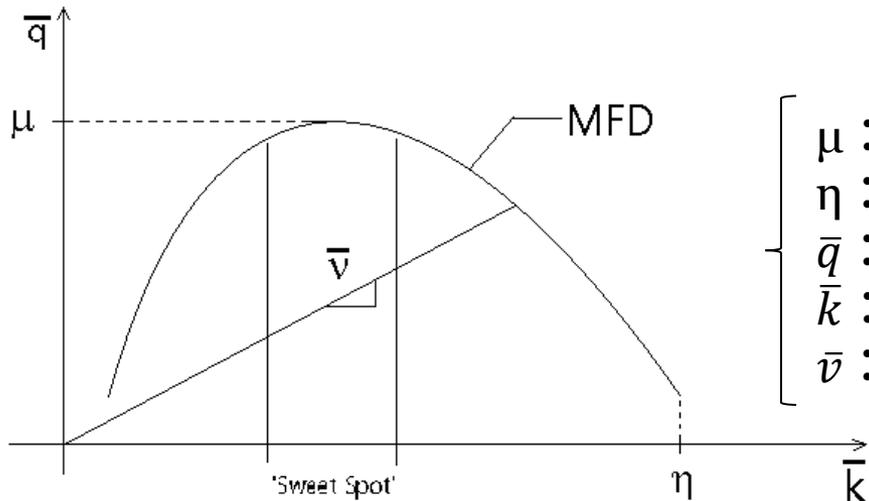
都市面積や平均道路幅から交通流を表現
密度から平均速度を表現

などの研究が行われてきた

GeroliminisとDaganzoは、一様な密度を持つ“neighborhoods”というエリアを定義し、観測地のみからエリア内の平均交通量を把握しようとして試みた。その際、**MFD(Macroscopic Fundamental Diagram)**という概念を利用した。

MFDについて②

MFDとは、ネットワーク全体で見たときの平均交通量・密度・速度の関係をしめす図。すべてのネットワークではないが、特定の条件を満たせばQVグラフのような形状のグラフがネットワークに存在する。



- μ : ネットワーク容量
- η : 渋滞時の密度
- \bar{q} : ネットワーク上のリンクの平均交通量(台/s)
- \bar{k} : ネットワーク上のリンクの平均密度(台/m)
- \bar{v} : ネットワーク上のリンクでの平均速度(m/s)

論文の内容

- 右左折行動がなく、信号の変化のパターン一定の時間で固定されているときの道路容量を示す
- MFDに関する精確な式と**近似式**を示す
- ネットワーク上のMFDを求める**近似式**を示す
- 近似式をサンフランシスコと横浜で適用することで、近似の確からしさを示す

背景

- 以下の二つの特徴が分かれば大都市で動的に交通状況がモデル化できるということが提案されてきた
 - MFD(macroscopic fundamental diagram)
 - 信頼性の高い平均交通量と流入出量の関係
- 既往研究では、静的な需要のもとでMFDの研究がなされてきた
- ネットワークの変化を評価するためには、MFDがその変化によってどのような変化をするのか知る必要がある

目的

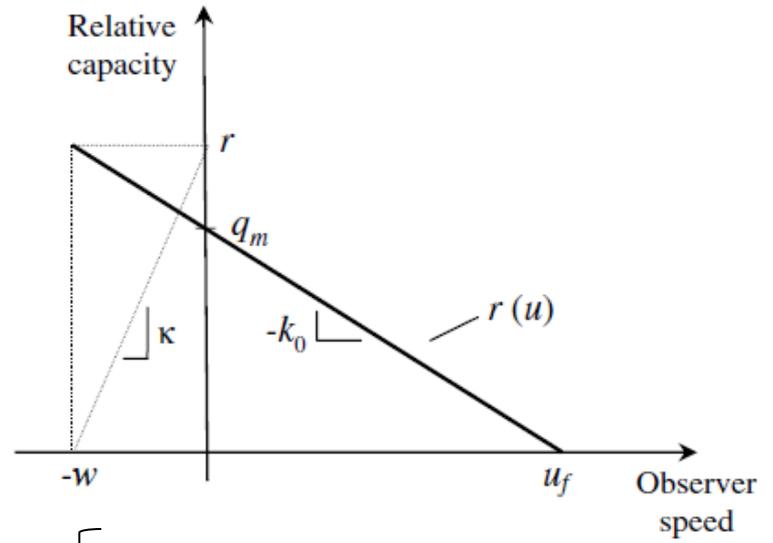
- 都市空間にネットワークのMFDが存在することを確認
(この際ネットワークについては、少なくとも一部は信号によって制御されているものを考慮)
- 都市空間ネットワークのMFDを求める信頼性の高い近似式の構築

道路容量

キネマティックウェーブの考え方をを用いることにより以下の式が成立する。

$$r(u) = \sup\{Q(k) - ku \mid \forall k \in [0, \kappa]\}$$

- u: 観測者の速度
- k: 密度
- κ : 渋滞時の密度(最大密度)
- r(u): 速度uで移動する観測者を通過できる最大自動車台数(台/s)
- Q(k): QV図における密度kのときの交通量
- この論文ではr(u)が直線になると仮定



- q_m : 道路容量
- u_f : 自由流時の速度
- k_0 : 最適密度
- w: 後進波の速度
- r: 最高通過台数

信号を考慮することによって、速度uで動く観測者を通過できる最高自動車台数は以下のように定義

$$R(u) = \lim_{t_0 \rightarrow \infty} \inf_P \{\Delta(P) : u_P = u\} / t_0$$

- t_0 : 観測終了時間
- $\Delta(P)$: r(u)をもとに算出されたパスのコスト
- u_P : パスを通る観測者の平均速度

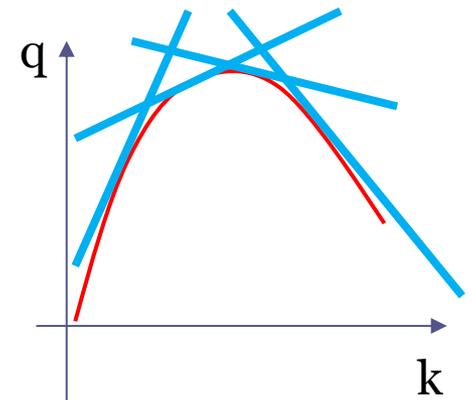
MFD

環状の道路では(流入・流出交通量は0)、以下のように $R(u)$ を使って、MFDを定義できることを証明

$$q = \inf_u \{ku + R(u)\}$$

すべての u における $R(u)$ を求めて、上の関数の下界を求めるのは大変。

→近似して、大まかなMFDを求めよう



近似法

MFDよりも上側に存在する直線(接線とは限らない)を3種類の方法で求める

1. 観測者の速度 0

$$q \leq q_B = \min_i \{s_i G_i / C_i\}$$

i: 交差点番号
 q_b : ボトルネック容量
 s: 交通量
 G: 青信号の時間
 C: 信号の周期

2. 観測者の速度 u_f

$$q \leq ku(\varepsilon) + \sum_i s_i f_i(\varepsilon) \text{ for } 0 \leq \varepsilon \leq 1$$

ε : 観測者のパラメーター

u : 観測者の平均速度

$f_i(\varepsilon)$: 青信号の際に人工的に止まって過ごしてしまう時間

3. 観測者の速度 $-w$

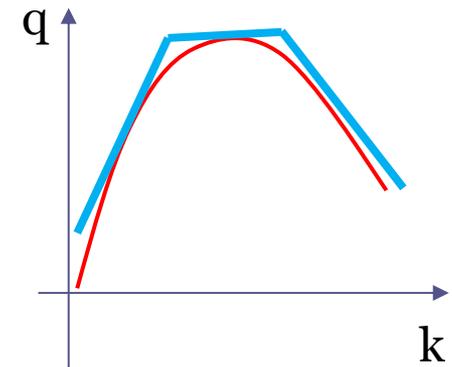
$$q \leq -kw(\varepsilon) + \sum_i [s_i b_i(\varepsilon) + r_i h_i(\varepsilon)] \text{ for } 0 \leq \varepsilon \leq 1$$

w : 観測者の平均後進速度

b : 赤信号時間よりも長く停止して過ごしてしまう時間

r : 観測者を通過できる最大自動車台数

$h(\varepsilon)$: 交差点 i に向かうためにかかった時間



近似されたMFDは上の図の水色の線分の集合のように表せ、関数 T とおく。
 $(T \geq q)$

都市圏への適応方法

近似法は、右左折がなく環状の道路を仮定していた。

しかし、都市圏でのMDFを適用するには、右左折行動による、道路を走る自動車台数の変化を考慮しなければならない。

ネットワーク全体でのMFDを求めるために、各リンク*i*で求められた近似されたMFD($T_i(k_i)$)を使う。

$$T(k) = \max\{\sum_i T_i(k_i) l_i / D \mid \sum_i k_i l_i / D = k; 0 \leq k_i \leq \kappa\} \geq q$$

l_i : リンク*i*の長さ k_i : リンク*i*の密度 κ : 最大密度
 D : ネットワーク全体でのリンクの長さの和

この論文では、以下の2つの条件を満たすとき

- 平均旅行時間が最小になるような均衡近傍
- 交通量が安定していて、リンクの交通量が右左折行動によって大きく変化しない

と推測できるとしている。

$$q \cong T(k) \cong T_i(k_i)$$

都市圏への適用

確率的変動の考慮

経路選択・右左折行動などに確率的な要素が含まれているとして、リンク*i*の車両数を以下のように定義した

$$E(n_i) = nN_i/N \text{ and } \text{var}(n_i) \cong nN_i(N - n)/N^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n: \text{ネットワーク上の全車両合計数} \\ N_i \equiv \kappa_i l_i : (\text{渋滞時の密度}) \times (\text{リンク長}) \\ N = \sum_i N_i \end{array} \right.$$

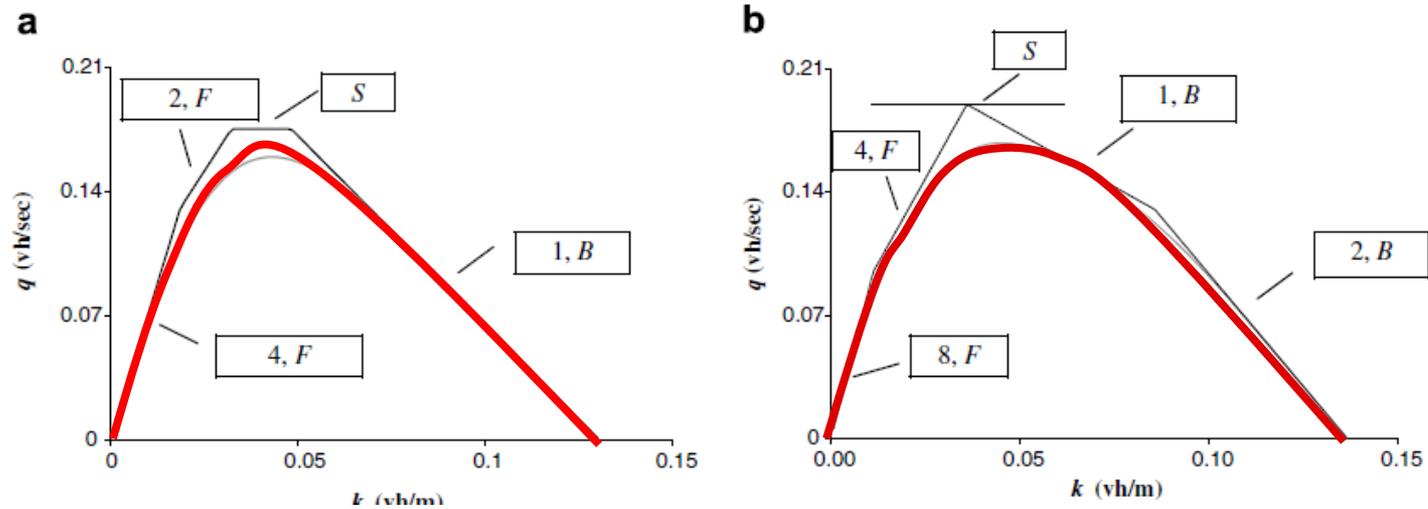
n_i を使うことでMFDを次のように近似できる

$$q \cong T(k) \cong T_i(k_i) \cong E[T(n_i/l)]$$

適応例

サンフランシスコ(5km²)・横浜(10km²)で近似手法によるMFDを作成

赤線が近似手法によって求められたMFD



適用例

赤線：近似手法によって求められたMFDを速度と密度のMFDに変換したもの
 点：従前の観測によって得られた実際のデータ

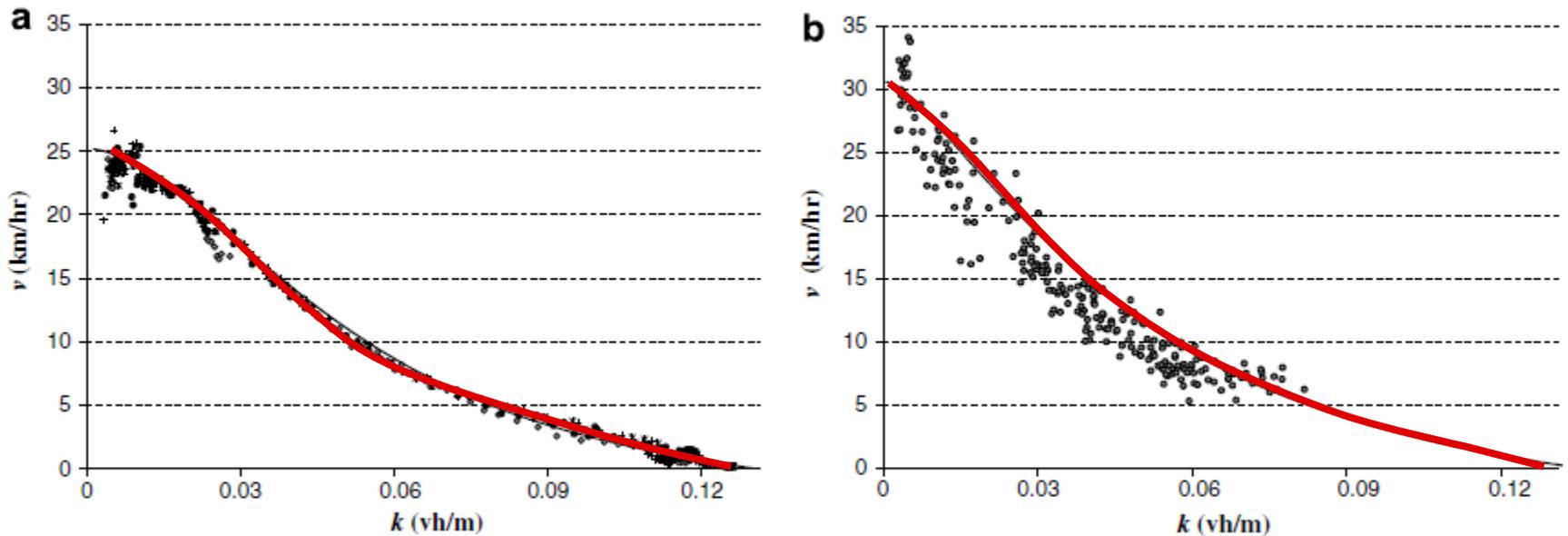


Fig. 7. Estimated MFD: (a) San Francisco and (b) Yokohama.

筆者は、横浜の方が誤差が大きい理由として以下の理由が考えられると推測

- 信号の周期が異なる
- ネットワーク構造が均一ではない
- データがもしかしたら重要な誤差を含んでいる可能性がある

まとめ

- ・ ネットワークデータから、近似式によって簡単に大まかなMFD導出できるようにした。
- ・ 近似法はある程度の整合性を持っていると考えられる。

ネットワーク上のMFDが求まり、流入出交通量などの境界条件と内部の関係がわかれば、政策によってどのようにネットワーク上の交通量や平均速度が変化するか予想できるようになる。

参考文献

Carlos F. Daganzo: A variational formulation of kinematic waves: basic theory and complex boundary conditions, *Transportation Research Part B*, 39, 187–196, 2005.