Jeffrey A. Dubin and Daniel L. McFadden.

AN ECONOMETRIC ANALYSIS OF RESIDENTIAL ELECTRIC APPLIANCE HOLDINGS AND CONSUMPTION

Econometrica, Vol. 52, No. 2, pp. 345-362, Mar., 1984

2015/6/27 理論談話会#7

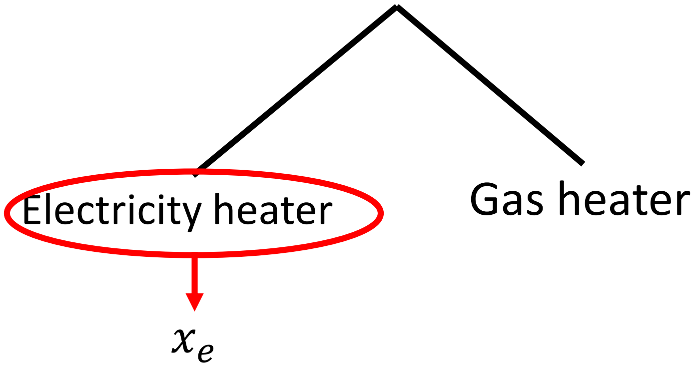
M2 笠原 和

はじめに

モデルで表したいもの・・・

電力orガスの暖房-水熱装置選択

選択性修正を加味して電力消費量を選択



論文構成

1章：導入

2章：耐久消費財と家電需要の統合モデルについて定式化

3章：暖房-給湯装置の統合選択モデルの推定

4章：電力需要の推定

Introduction

- 電力の需要は、エネルギー消費財の利用有無から発生する
- 長短期の価格変動への反応は、世帯が家電のポートフォリオをどう調整するかによって大きく左右される

→長期の予測が可能な需要方程式で、将来のエネルギー政策へ役立てたい

- 当時(1984年)開発されたmicro simulationで、家電の需要と家電による電力需要の両方を統合したモデル（UEC model: **U**nit **E**lectricity **C**onsumption)に試みる。
- 需要システムはダミー変数と同時推定で計算。さらに電力需要方程式に含まれる家電ダミー変数の外因性について統計検定をした。

Introduction

- 家電選択モデルと電力消費を記述するのに用いられる効用最大化問題の既往研究

仮定

- Block rate structureは無視する。(?)
- 電力は限界(平均)費用が固定された状態の中だったら、いくらでも利用可能として見なされる。
- 家電所有の決定は、家電利用の意志決定と同時に見なされ、異なる時点には影響を及ぼさないとして分析される

McFaddenによって開発された条件付き間接効用からの離散選択モデルの手法

J. Hausmanによって開発された経済学の需要システムから間接効用関数を算出する為の手法

→ 二つを組み合わせて定式化

間接効用関数による需要関数の導出

消費者の需要関数

単純化のため２財のみと仮定し、それぞれどの程度消費するかの選択をする消費者を考える。

消費者の効用関数： $U = U(x_1, x_2)$

y：所得
x_1, x_2：各財の消費量
p_1, p_2：各財の価格

予算制約付きの効用最大化問題と捉えると、

$$\max \; U(x_1, x_2)$$

$$\text{s.t：} \quad y = p_1 x_1 + p_2 x_2$$

予算制約のもとで効用を最大化するx_1, x_2を選択する

選択された財の量を、x_1^*, x_2^*とするとこれらは各財の価格と所得に依存するから

$$x_1^* = g_1(p_1, p_2, y)$$
$$x_2^* = g_2(p_1, p_2, y)$$

消費者の需要関数

間接効用関数による需要関数の導出

間接効用関数

予算制約条件の下で効用を最大化したのち、消費者の得る実際の効用

$$
\begin{aligned}
U^* &= U(x_1^*, x_2^*) \\
&= U\big(g_1(p_1, p_2, y), g_2(p_1, p_2, y)\big) \\
&= \underline{Y(p_1, p_2, y)}
\end{aligned}
$$

間接効用関数

→消費者が得られる実際の効用は、財の価格と所得に依存している

「ロワの恒等式」

間接効用関数から、需要関数を容易に導出出来る

$$
x_1^* = -\frac{\partial Y / \partial p_1}{\partial Y / \partial y} = g_1(p_1, p_2, y) \qquad , x_2^* = -\frac{\partial Y / \partial p_2}{\partial Y / \partial y} = g_2(p_1, p_2, y)
$$

→財の需要は間接効用関数の財の価格の偏微分を間接効用関数の所得の偏微分で割ったものに等しい

消費者は、相互に独立で消耗品である家電の構成m(i=1〜m)を選択する

家電の構成iが与えられた時の消費者の条件付き間接効用関数

$$u = V(i, y - r_i, p_1, p_2, s_i, \epsilon, \eta)$$

p_1: 電力価格

p_2: 代替エネルギー源の価格格

y：収入

s_i：構成iで観測された属性

ϵ：構成iの非観測属性

r_i：構成iの価格

η：消費者の非観測特性

電力とその他のエネルギーの消費量 (ロワの恒等式を用いて)

$$x_1 = \frac{-\partial V(i, y - r_i, p_1, p_2, s_i, \epsilon, \eta)/\partial p_1}{\partial V(i, y - r_i, p_1, p_2, s_i, \epsilon, \eta)/\partial y}$$

$$x_2 = \frac{-\partial V(i, y - r_i, p_1, p_2, s_i, \epsilon, \eta)/\partial p_2}{\partial V(i, y - r_i, p_1, p_2, s_i, \epsilon, \eta)/\partial y}$$

UTILITY MAXIMIZING MODELS

家電構成iの選択確率

$$P_i = Prob\left\{\begin{array}{l}(\epsilon_1, \cdots, \epsilon_m, \eta): V(i, y - r_i, p_1, p_2, s_i, \epsilon_j, \eta) \\ \qquad > V\left(j, y - r_j, p_1, p_2, s_j, \epsilon_j, \eta\right) \, for \; j \neq i\end{array}\right\}$$

間接効用関数の必要かつ十分な財を伴うどの関数Vも離散連続選択のための定式化が可能となる。

UTILITY MAXIMIZING MODELS

- ロワの恒等式を、解法が条件付き間接効用関数である偏微分方程式として扱っているUEC方程式のパラメータを推定してから、間接効用関数から離散選択確率を定義する

収入に比例するUEC方程式の需要関数

$$x_1 = \beta_i(y - r_i) + m^i(p_1, p_2) + v_{1i}$$

m^i：線形パラメータ
v_{1i}：離散選択iに依存する分布

間接効用関数

$$u = \psi\left(\left[M^i(p_1, p_2) + (y - r_i) + v_{1i} \ / \ \beta_i\right] e^{-\beta_i p_i}, p_2, v_{2i}\right) \quad \cdots (\ast)$$

ただし

$$M^i(p_1, p_2) = \int_{p_1}^{0} m^i(t, p_2) e^{-\beta_i(p_1 - t)}\, dt$$

代替エネルギーの需要関数

$$x_2 = -M_2^i(p_1, p_2) - e^{-\beta_i p_i}\psi_2 / \psi_1$$

ただし

$$M_2^i = \frac{\partial M^i}{\partial \mathrm{p}_2} \quad , \quad \frac{\psi_2}{\psi_1} = \frac{\partial \psi}{\partial p_2} / \frac{\partial \psi}{\partial p_1}$$

限界費用

離散選択確率

（全てのiに対して$v_{2i} = v_{21}$となる場合）

$$P_i = Prob\left\{ \begin{array}{c} [M^i(p_1, p_2) + y - r_i + v_{1i} \mid \beta_i] e^{-\beta_i p_i} \\ \geq [M^j(p_1, p_2) + y - r_j + v_{1j} \mid \beta_j] e^{-\beta_j p_j} for\ j \neq i \end{array} \right\}$$

UTILITY MAXIMIZING MODELS

間接効用と需要関数　($\beta_i = \beta$となる場合)

$$u = \ln\left\{\left[\alpha_0^i + \frac{\alpha_1^i}{\beta} + \alpha_1^i p_1 + \alpha_2^i p_2 + \beta(y - r_i) + v_{1i}\right] e^{-\beta\, p_i}\right\} - \alpha_5 ln p_2 \quad \cdots(**)$$

$$x_1 = \alpha_0^i + \alpha_1^i p_1 + \alpha_2^i p_2 + \beta(y - r_i) + v_{1i}$$

$$x_2 = \frac{\alpha_2^i}{\beta}(\alpha_5 - 1) + \frac{\alpha_5}{\beta}\left(\alpha_0^i + \frac{\alpha_1^i}{\beta}\right)\frac{1}{p_2} + \frac{\alpha_5 \alpha_1^i}{\beta}\frac{p_1}{p_2} + \alpha_5 \frac{(y - r_i)}{p_2} + \frac{\alpha_5 v_{1i}}{\beta p_2}$$

間接効用と需要関数　($v_{1i} = \eta$となる場合)

$(*)\rightarrow$ $$u = \left[M^i(p_1, p_2) + (y - r_i) + \eta\ / \beta_i\right]\ e^{-\beta_i p_1} + v_{2i}$$

$(**)\rightarrow$ $$u = \left[\alpha_0^i + \frac{\alpha_1^i}{\beta} + \alpha_1^i p_1 + \alpha_2^i p_2 + \beta(y - r_i) + \eta\right] e^{-\beta_i p_1} - \alpha_5 ln p_2 + v_{2i}$$

UTILITY MAXIMIZING MODELS

まとめると

$$x_1 = \alpha_0^i + \alpha_1^i p_1 + \alpha_2^i p_2 + \beta(y - r_i) + \eta$$

$$P_i = Prob\{v_{2j} - v_{2i} < W_i - W_j \quad for\ j \neq i\}$$

ここで

$$W_i = V_i e^{-\beta\ p_1} = (\alpha_0^i + \frac{\alpha_1^i}{\beta} + \alpha_1^i p_1 + \alpha_2^i p_2 + \beta r_i)e^{-\beta\ p_1}$$ 代表的効用

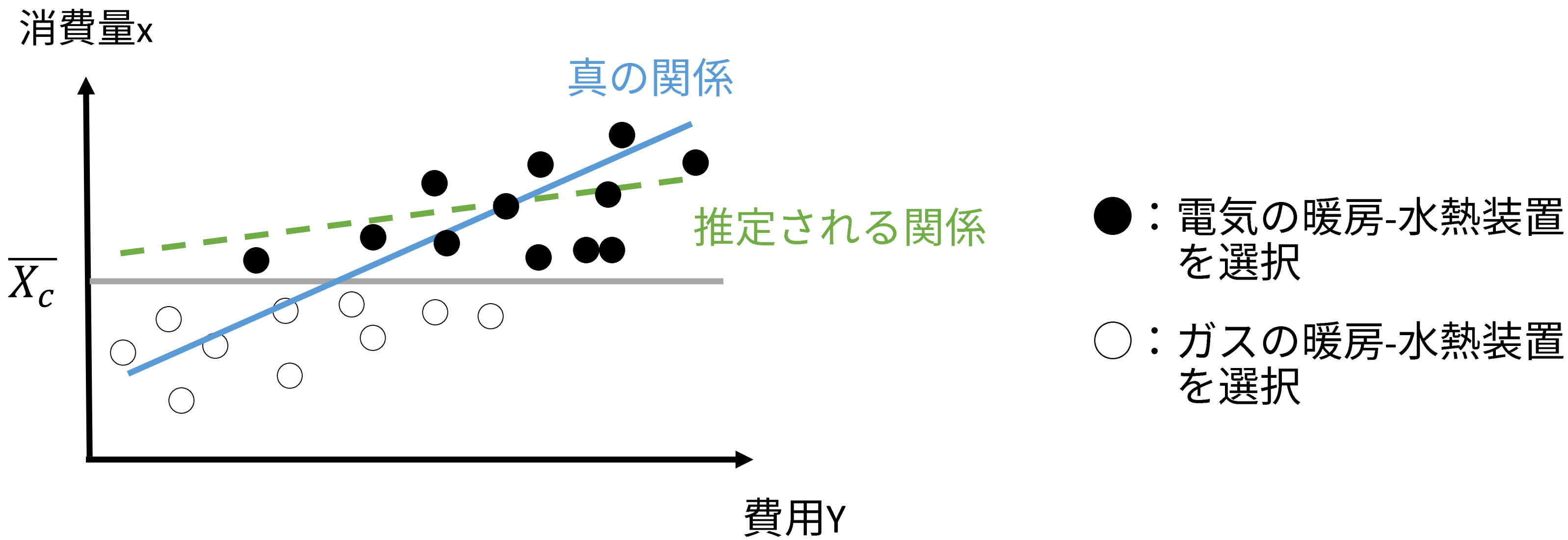
ここまでが定式化

実際に家電-電力消費選択モデルに適用する際は、非観測変数の相関はありそう

例：換気の性能が悪い家はエアコンを買いやすい。

洗濯のときにお湯を使う世帯は、電気よりもガスの消費が多い。

→相関がありそうな気象の変化と世帯の特徴と雇用の統計を考慮することで、上の式の特定化を行う。



上図が示すように、回帰で用いられるデータに最も適合する線は下方に偏った傾きを持ってしまう。●の利用者に基づく推定は、自分自身が推計に含まれるように選択していた家計の部分標本に基づいて行われているので、この偏りは「選択性バイアス(selectivity bias)」「自己選択バイアス(self-selection bias)」と呼ばれている。

典型的な家電の所有率と単位ユニットあたりの電力消費

TABLE I

TYPICAL APPLIANCE SATURATIONS AND UEC

Appliance	Saturation[a]	UEC[b]
Electric space heat	.23	6440[c]
Electric water heat	.23	3431[d]
Dishwasher	.49	1453[e]
Central air conditioner	.39	2856[f]
Room air conditioner	.37[g]	413
Freezer	.56	1340
Electric range	.67	780
Color TV	.81	480
Electric dryer	.56	1030

適用例：

世帯における暖房-給湯器の種類選択モデルと、それぞれのエネルギー（ガスor電力）消費モデルについて考える

仮定：

- 各熱燃のタイプ別の世帯単位の供給は、これらのシステムの一時的な初期コストを正確に反映する価格の異質性に関して、完全に弾性的である
- 熱システムの初期コストは、世1975年当時の帯単位のコストを反映するため、十分にゆっくり変化している
- 世帯の選択した当時の熱システムのライフサイクルオペレーションコストの消費者の評価は、1975年当時の実際のエネルギー価格を期待

暖房-給湯器と電力消費の間接効用

$$u = \left[\alpha_0^i + \frac{\alpha_1^i}{\beta} + \alpha_1\, p_1 + \alpha_2\, p_2 + w'\gamma + \beta(y - r_i) + \eta\right] e^{-\beta\, p_1} + \epsilon_i$$

ガンベル分布を仮定

年単位の選択肢iのライフサイクルコスト

典型的な年間消費量

$$r_i = \sum_{j=1}^{m} p_j q_{ji} + \rho r_{ki}$$

割引率　初期コスト

ただし

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 y$$
$$q_{ji} = \tilde{q}_j + \tilde{q}_{ji}$$

p_1: 電力価格

p_2: 代替エネルギー源の価格

i：暖房 – 給湯器の選択肢

r_i：選択肢iのライフサイクルコスト

w：世帯の特徴を表すベクトル

ϵ：構成iの非観測属性

η：消費者の非観測特性

$\tilde{q}_j$：構成選択とは独立な燃料jの年間消費量

$\tilde{q}_{ji}$：選択肢iが選ばれたときの燃料jの年間消費量

y：収入

ρ_0, ρ_1：未知パラメータ

選択肢iの選択確率

$$Prob(\epsilon_i < \epsilon) = \exp(-e^{\frac{-\epsilon\pi}{\lambda\sqrt{3}}-\gamma})$$

選択肢jが選ばれたときのϵ_iの期待値

$$E[\epsilon_i | \delta_j(\epsilon) = 1] = \begin{cases} -lnP_j \cdot \lambda\sqrt{3}/\pi & if\ j = i \\ \dfrac{P_i}{1-P_i} lnP_j \cdot \lambda\sqrt{3}/\pi & if\ j \neq i \end{cases}$$

ϵ：構成iの非観測属性

η：消費者の非観測特性

選択肢jが選ばれたときのηの期待値

$$E[\eta | \delta_j(\epsilon) = 1] = \frac{\sqrt{6}\sigma}{\pi} \cdot \left[\sum_{i=1}^{m} R_i \frac{P_i}{1-P_i} lnP_j - R_j \frac{lnP_i}{1-P_i}\right]$$

選択肢iの選択確率

家電の構成選択は非線形MNL形式となる

$$P_i = Prob\left[u_i > u_j \;\; for j \neq i\right]$$

$$= \frac{\exp[(\alpha_0^i - \beta(p_1 q_{1i} + p_2 q_{2i}) - \beta\rho r_{ki})(e^{-\beta\, p_1})/\theta]}{\sum_{j=1}^{m} \exp[(\alpha_0^j - \beta\left(p_1 q_{1j} + p_2 q_{2j}\right) - \beta\rho r_{kj})(e^{-\beta\, p_1})/\theta}$$

ρ, θ：スケールパラメータ

この式について313世帯のサンプルを使って推定を行う。

→この方程式の特定化が正しければ、選択肢の部分集合の制約が原因のバイアスはなくなる

A SPACE AND WATER HEAT CHOICE MODEL

モデルで用いた変数とサンプルの平均値

TABLE II

VARIABLES IN THE WATER-SPACE HEAT CHOICE MODEL

Variable	Mnemonic	Means by Alternative: Electric space and water	Means by Alternative: Gas space and water
Choice Dummy	Choice	.2332	.7668
Annual operating cost ($)	$PIOP^{a}$	392.8	208.0
Capital cost ($)	$PICP^{b}$	996.1	1136.0
Capital Cost · Income ($ · $10^3$$)	$PICPY$	17160.	20100.
Gas availability index in alternative one	$GASAV751$	.7294	0
Marginal price of electricity in alternative one	$WMPE751$	.02194	0
Electricity price ($/KWH)	p_e, p_1, $WMPE75$	.02194	.02194
Gas price ($/KWH equivalent)	p_g, p_2, $MPG75$	.006449	.006449
Annual typical electric demand (KWH)	q_{1i}	17570.	6432.
Annual typical gas demand (KWH equivalent)	q_{2i}	0.	11138.0
Income (10^3)	y	14.97	17.55

[a] $PIOP_i \equiv \sum_{j=1}^{m} p_j q_{ji}$.
[b] $PICP_i \equiv r_{ki}$.

推定結果

TABLE III

ESTIMATED WATER-SPACE HEAT CHOICE MODEL

Alternative	Frequency	Proportion
Electric water and space	73	23.32
Gas water and space	240	76.68
	313	100.00

Explanatory Variable	Estimated Coefficient	Standard Error	Asymptotic t-Statistic
Capital Cost (*PICP*)	− 0.0229	0.0084	− 2.73
Capital Cost · Income (10^3) (*PICPY*)	0.621	0.244	2.55
Annual Operating Cost (*PIOP*)	− 0.0604	0.026	− 2.29
Gas availability in alternative one (*GASAV*751)	− 7.16	3.49	− 2.05
Alternative one dummy (*C*1)	− 1.32	2.32	− 0.57
Marginal price of electricity in alternative one (*WMPE*751)	496.77	228.20	2.18
Utility scale factor $\text{Exp}((-\beta)^* WMPE75)$	− 39.09	14.30	− 2.73
Log Likelihood:			
at convergence	− 102.4		
with alternative dummy only	− 217.0		

パラメータの推定結果から、1975年における年間収入と標準誤差を使って、収入に線形に比例する時間割引率を算出

$$\hat{\rho} = 0.3793 - 0.01028 \cdot (annual\ income)$$

表3から、$\alpha_0^i \equiv (\gamma_0 \cdot GASAV75 + \gamma_1 p_e + \gamma_2) \cdot C1_i$と定義する。

→それぞれの価格弾性力を伴う選択肢iの需要の弾性が以下の式を満たす。

電力の価格弾性力

$$\frac{\partial lnP_i}{\partial lnP_e} = P_e \left[\left(\frac{\gamma_1}{\theta}\right) e^{-\beta p_e} (C1_1 - P_1) + (\beta) \sum_{j=1}^{2} P_j \ln\left(\frac{P_j}{P_i}\right) - \left(\frac{\beta}{\theta}\right)(\tilde{q}_{ei} - \sum_{j=1} P_j\, \tilde{q}_{ei}) e^{-\beta p_e} \right]$$

ガスの価格弾性力

$$\frac{\partial lnP_i}{\partial lnP_g} = \left(\frac{-\beta}{\theta}\right)(p_g)(e^{-\beta p_e}) \left[\tilde{q}_{ei} - \sum_{j=1}^{2} P_j \tilde{q}_{ei}) \right]$$

The demand for electricity

電力需要関数

$$x = q_{1i} + \alpha_0^i + \alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + w'\gamma + \beta(y - \gamma_i) + \eta$$

$$x - q_{1i} = \sum_{j=1}^{m} \alpha_0^i \delta_{ji} + \alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + w'\gamma + \beta\left(y - \sum_{j=1}^{m} PIOP_i \cdot \delta_{ji}\right) - \beta\rho \sum_{j=1}^{m} PIOP_j \cdot \delta_{ji} + \eta$$

家電iが選ばれたときの選択性修正項

$$E[\eta|i] = \frac{\sqrt{6}\sigma}{\pi} \cdot \left[\sum_{i=1}^{m} \frac{R_i P_i}{1 - P_i} lnP_j - R_j \frac{lnP_i}{1 - P_i}\right]$$

需要関数を最小自乗法＋３つの方法で算出する

①操作変数法、②誘導型法、③条件付き期待値修正法

The demand for electricity

モデルで用いた変数とサンプルの平均値

TABLE IV

VARIABLES ENTERING THE ELECTRICITY DEMAND EQUATION

Variable	Mnemonic	Mean
Income less energy cost (chosen alternative)($)	*NETINC*	16710.
Capital cost (chosen alternative)($)	*PICPI*	1044.
Gas availability index if alternative one chosen	*GASAV751*	.1509
Marginal price of electricity if alternative one chosen	*WMPE751*	.004526
If alternative one chosen	*A1*	.2332
If homeowner	*OWN*	.9457
Gas availability index	*GASAV75*	.7294
Number of persons in household	*PERSONS*	3.78
Number of rooms	*ROOMS*	6.265
Marginal price of electricity ($/KWH)	*WMPE75*	0.02194
Marginal price of gas ($/KWH equivalent)	*MPG75*[a]	0.00645
Annual electricity consumption (KWH)		
Households choosing alternative 1	—	24240.
Households choosing alternative 2	—	8645.

[a] Conversion factor equals 4.6597×10^{-2} so that marginal price of gas in dollars per KWH equivalent is $(4.6597 \times 10^{-2}) \times$ (marginal price of gas in dollars per therm). Details are given in the Appendix.

The dema

推定結果

TABLE V

ESTIMATED ELECTRICITY DEMAND MODEL

Explanatory[a] Variable	OLS Estimates COEFF. (std. error)	Method 1[b] IV Estimates COEFF. (std. error)	Method 2[c] COEFF. (std. error)[e]	Method 3[d] COEFF. (std. error)[e]
NETINC	.04020	.01102	.03254	.01416
	(.03579)	(.03823)	(.04093)	(.03947)
PICPI	4.653	6.260	5.844	6.073
	(.9748)	(1.149)	(1.418)	(1.2820)
GASAV751	−4779.	−2477.	−3453.	−5316.
	(3211.)	(5674.)	(6669.)	(3514.5)
WMPE751	$-.2262E+6$	$-.3594E+6$	$-.3492E+6$	$-.2789E+6$
	$(.7956E+5)$	$(.1366E+6)$	$(.1599E+6)$	$(.9387E+5)$
A1	$.1275E+5$	$.1206E+5$	$.1327E+5$	$.1245E+5$
	(2886.)	(5468.)	(6449.)	(3284.2)
OWN	−260.0	134.2	345.7	−254.4
	(1078.)	(1122.)	(1167.)	(1113.8)
GASAV75	−1320.0	−3465.	−2676.	−2347.
	(1796.)	(2314.)	(2597.)	(2009.6)
PERSONS	918.2	929.5	930.4	871.8
	(151.4)	(156.7)	(165.9)	(160.9)
ROOMS	−193.0	−345.1	−445.3	−288.2
	(213.3)	(225.0)	(242.4)	(232.8)
WMPE75	8728.	$.1662E+5$	$.3012E+5$	−1323.
	$(.3790E+5)$	$(.4351E+5)$	$(.4899E+5)$	$(.4087E+5)$
MPG75	$-.1243E+6$	$-.4898E+5$	$-.1334E+6$	$-.3985E+5$
	$(.1319E+6)$	$(.1402E+6)$	$(.1549E+6)$	$(.1477E+6)$
ONE	−3602.	−2934.	−2954.	−3060.
	(2047.)	(2434.)	(2522.)	(2189.4)
H1	—	—	—	987.1
	—	—	—	(603.93)[f]
Standard error of regression	4139.	4270.	4205.6[e]	4239.1[e]

The demand for electricity

価格と収入の弾力性

TABLE VI

PRICE AND INCOME ELASTICITIES

	Least Squares	Method 1 Instrumental Variable	Method 2 Reduced Form	Method 3 Conditional Expectation Correction
Elasticities of electricity demand with electric space and water heat				
with respect to income	0.028	0.008	0.023	0.010
with respect to price of electricity	− 0.197	− 0.310	− 0.289	− 0.254
with respect to price of gas	− 0.033	− 0.013	− 0.035	− 0.011
Elasticities of electricity demand with gas space and water heat				
with respect to income	0.079	0.022	0.064	0.028
with respect to price of electricity	0.021	0.042	0.076	− 0.004
with respect to price of gas	− 0.093	− 0.037	− 0.100	− 0.030
Elasticities of expected electricity demand, including portfolio shift				
with respect to income	0.06	0.02	0.05	0.02
with respect to price of electricity	− 0.22	− 0.26	− 0.23	− 0.26
with respect to price of gas	0.35	0.39	0.35	0.40

[a] Calculated at sample means.

まとめ

- 離散連続モデルの嚆矢となる論文(1984)
- 家庭用暖房設備の選択とエネルギー消費の関係を離散-連続モデルを用いて分析

参考文献

- 福田大輔; 力石真. 離散-連続モデルの研究動向に関するレビュー. 土木学会論文集 D3 (土木計画学), 2013, 69.5: I_497-I_510.
- 室町泰徳. 離散連続モデルを利用した買物トリップ発生に関する基礎的分析. 土木計画学研究・論文集, 1992, 10: 47-54.
- 溝上章志, 柿本竜治, 竹林秀基: 地域間物流の輸送手段/ロットサイズ同時予測への適応可能性離散-連続選択モデルの適用可能性, 土木計画学研究・論文集Vol. 14 (1997) P 535-542
- 溝上章志, 柿本竜治, 蒲地慶貴: 地域間物流の輸送手段/ロットサイズ同時決定モデルとその推定法, 土木計画学研究・講演集, No.19 (2), pp.179-182, 1996.
- 三輪富生; 山本俊行; 森川高行. 駐車場所-駐車時間選択行動への離散-連続選択モデルの適用と駐車料金施策分析. 2008.