

# Multiple discrete-continuous choice models with bounds on consumptions

---

Saxena, S., Pinjari, A. R., Roy, A. & Paleti, R(2021).  
*Transportation Research Part A*, 149, 237-265.

2022年5月31日

修士1年 奥田 勇

# Abstract

- ✓ 消費の上限を指定する制約を持つmultiple discrete–continuous (MDC) choice modelの定式化を導出
- ✓ 実証の結果, 消費量の上限を考慮したモデルは, 上限を考慮しないモデルよりもデータへの適合性が高く, 非現実的な大きな時間配分の予測を避け, 全体的に良い予測になることが示唆された.

# 離散-連続選択モデルとは

離散的な選択行動と、連続量に関する選択行動とが部分的に共通な要因によって関連づけられている状況を記述するための行動モデル

例) 奥田のある日の行動

# 1. introduction

ランダム効用最大化 (RUM) ベースの多重離散連続 (MDC) 選択モデルは、現在、旅行行動研究及び活動ベースの旅行需要マイクロシミュレーションにおいて定期的に用いられている (Bhat, 2005 ; Chikaraishi他, 2010 ; Enam他, 2018 ; Nurul Habib & Miller, 2009 ; You他, 2014) .

MDC選択をモデル化するための基本的なRUMアプローチは、以下を組み込むために拡張されてきた :

- (a) 柔軟な確率的仕様 (Pinjari and Bhat, 2009; Rajagopalan et al, 2009; Pinjari, 2011; Bhat et al, 2013; Wang et al.) 。 2017)
- (b) パラメータの不均一性 (Bhatら、2016 ; Sobhaniら、2013)
- (c) 柔軟な効用プロファイル (Bhatら、2015 ; Bhat、2018 ; Sikder and Pinjari、2013 ; Palma and Hess、2020)
- (d) 複数の予算制約 (Castroら、2012 ; Satomuraら、2011)

# 既存のMDCモデルの限界

**個々の選択代替案の消費量に上限が課せられていない**（全体の予算（時間）制約のみ）

- 送迎のエピソードは通常短時間→モデルが数時間かかると予測した場合、現実的ではない
- 社会活動も数分以内に完了することはない
- 親が子どものスクリーンタイムを1日1時間以内に制限する
- 水泳のレッスンやピアノのレッスンは、通常、一定の時間を超えないように設定されている

**全体的な時間予算制約に加えて、消費に対する選択選択肢固有の上限値（時間使用モデルの場合は時間配分に関する上限値）をモデル構造で課すことが有効であろう**

- 非現実的な予測を避け、集計レベルの予測を向上させるために、より大きな外生的情報をモデルに与えることができる

無視すると・・・

偏ったパラメータ推定値、モデル適合度の低下、細分化されたマイクロシミュレーションの設定（モデルの確率項の特定の現実化に対して予測を行う）にモデルを適用した場合の非現実的な消費量の予測につながる可能性がある。

また、集計レベルでは、予測精度が低下する。

# 予測後に上限を適用すれば良いのでは・・・？

モデル構造に明示的に埋め込むことなく、予測時に上界を適用するのが簡単な方法。  
(とりあえずモデルは変えず、超えた時にその時考えるようなイメージ)

しかし・・・

この方法では、モデル構造とパラメータ推定が予測アプローチと矛盾してしまう。

その結果・・・

パラメータ推定値に偏りが生じ、境界を考慮すべき財だけでなく、それ以外の財の予測値も歪めてしまう可能性がある。

**モデル構造において、境界を考慮することは重要である。**

# 本論文で行うこと

第2節で、毎日の活動参加と時間配分の場合について、上界が活動レベルの時間配分に対する不等式制約として明示的に埋め込まれ、下界が効用構造を通じて埋め込まれた提案モデルを展開する。また、消費に境界を設けた提案モデルに対して、Pinjari and Bhat (2021)による研究を基にした予測手順を敷設する。

第3節では、消費に関するエピソードレベルの境界を考慮し、活動エピソードが論理的に予測されるようにしながら、エピソードレベルの活動時間配分を分析するために、提案モデルを拡張する。

第4節では、提案するモデルを、活動レベルとエピソードレベルの時間配分に関する実証分析に適用し、境界のないモデルに対する提案モデルのパフォーマンスを評価することを目的とする。

最後に、本論文のまとめと、今後の研究の展望を述べる。

1. Introduction
2. MDC model with bounds on consumption (Bounded MDCEV Model)
3. Episode-Level MDC model that recognizes logical ordering among episodes and bounds on time allocation (Bounded OMDCEV)
4. Empirical application
5. Summary and conclusions



1. Introduction
- 2. MDC model with bounds on consumption (Bounded MDCEV Model)**
3. Episode-Level MDC model that recognizes logical ordering among episodes and bounds on time allocation (Bounded OMDCEV)
4. Empirical application
5. Summary and conclusions

## 2. MDC model with bounds on consumption (Bounded MDCEV Model)

2.1 上限のないMDC選択モデルのKKT条件

2.2 上限のあるMDC選択モデルのKKT条件

2.3 効用構造

2.4 尤度関数の導出

2.5 (配分の) 予測の手順

# 一般的な定式化

$\text{Max}_t U(t)$	効用を最大化
$\text{subject to : } g_{n1}(t) \leq 0 ; n1 = 1, 2, 3 \dots N_1$	$N_1$ 個の不等式条件
$h_{n2}(t) = 0 ; n2 = 1, 2, 3 \dots N_2$	$N_2$ 個の等式条件

$U(t)$  : 個人 $q$ が財を消費することによって得られる効用 (準凹関数)

$t = \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_K\}$  : **K個の選択肢における消費のベクトル** ← **これを求めたい!!!!**

※効用関数も制約も、表記を簡単にするために個人を表す添字 $q$ は省略されているが、一般に個人固有のものであることに注意

ラグランジュ関数 
$$L = U(t) - \sum_{n1=1}^{N_1} \mu_{n1} g_{n1}(t) - \sum_{n2=1}^{N_2} \lambda_{n2} h_{n1}(t)$$

# 一般的な定式化

$\text{Max}_t U(\mathbf{t})$	効用を最大化
$\text{subject to : } g_{n1}(\mathbf{t}) \leq 0 ; n1 = 1,2,3 \dots N_1$	$N_1$ 個の不等式条件
$h_{n2}(\mathbf{t}) = 0 ; n2 = 1,2,3 \dots N_2$	$N_2$ 個の等式条件

KKT条件

$$g_{n1}(\mathbf{t}^*) \leq 0, \forall n1 = 1,2,3 \dots N_1$$
$$h_{n2}(\mathbf{t}^*) = 0, \forall n2 = 1,2,3 \dots N_2$$
$$\mu_{n1} \geq 0, \forall n1 = 1,2,3 \dots N_1$$
$$\mu_{n1} g_{n1}(\mathbf{t}^*) = 0, \forall n1 = 1,2,3 \dots N_1$$
$$\nabla L = U'(\mathbf{t}^*) - \sum_{n1=1}^{N_1} \mu_{n1} g_{n1,i}(\mathbf{t}^*) - \sum_{n2=1}^{N_2} \lambda_{n2} h_{n1,i}(\mathbf{t}^*) = 0 \quad \forall i = 1,2,3, \dots, K$$

## 2.1. 従来のMDC選択モデルに対するKKT条件

$\text{Max}_t U(t)$	効用を最大化
$\text{subject to : } g_{n1}(t) \leq 0 ; n1 = 1,2,3 \dots N_1$	$N_1$ 個の不等式条件
$h_{n2}(t) = 0 ; n2 = 1,2,3 \dots N_2$	$N_2$ 個の等式条件

非負制約と総予算制約のみ考慮

$g_i = -t_i, \forall i = 1,2,3 \dots K$	
$h = T - \sum_{i=1}^K t_i$	T:総予算

## 2.1. 従来のMDC選択モデルに対するKKT条件

$$\begin{aligned} & \text{Max}_t U(t) && \text{効用を最大化} \\ & \text{subject to : } t_i \geq 0 ; i = 1, 2, 3 \dots K && \text{消費財の非負制約} \\ & T - \sum_{i=1}^K t_i = 0 && \text{総予算の制約} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & g_i = -t_i, \forall i = 1, 2, 3 \dots K && \\ & h = T - \sum_{i=1}^K t_i && \text{T:総予算} \end{aligned}$$

$$\text{ラグランジュ関数 : } L = U(\mathbf{t}) - \sum_{i=1}^K \mu_i(-t_i) - \lambda \left( \sum_{i=1}^K t_i - T \right)$$

## 2.1. 従来のMDC選択モデルに対するKKT条件

$$\begin{aligned} & \text{Max}_t U(t) && \text{効用を最大化} \\ & \text{subject to : } t_i \geq 0 ; i = 1, 2, 3 \dots K && \text{消費財の非負制約} \\ & T - \sum_{i=1}^K t_i = 0 && \text{総予算の制約} \end{aligned}$$

KKT条件

$$\begin{aligned} & -t_i^* \leq 0, \forall i = 1, 2, 3 \dots K \\ & T - \sum_{i=1}^K t_i^* = 0 \\ & \mu_i \geq 0 \forall i = 1, 2, 3 \dots K \\ & \mu_i t_i^* = 0 \forall i = 1, 2, 3 \dots K \\ & U'(\mathbf{t}^*) + \mu_i - \lambda = 0 \forall i = 1, 2, 3 \dots K \end{aligned}$$

## 2.2. 配分の上限を持つMDC選択モデルに対するKKT条件

$\text{Max}_t U(t)$	効用を最大化
$\text{subject to : } t_i \geq 0 ; i = 1, 2, 3 \dots K$	消費財の非負制約
$T - \sum_{i=1}^K t_i = 0$	総予算の制約

さらに、個々の財の消費量に上限を課す

$\text{(上限のある財に対して)} \quad t_i^* \leq t_i^{\max}$
---

ラグランジュ関数：
$$L = U(t) - \sum_{i=1}^K \mu_i(-t_i) - \sum_{i \in \text{上限のある財}} \bar{\mu}_i(t_i - t_i^{\max}) - \lambda \left( \sum_{i=1}^K t_i - T \right)$$



## 2.2. 配分の上限を持つMDC選択モデルに対するKKT条件

KKT条件

$$-t_i^* \leq 0, \forall i = 1, 2, 3 \dots K$$

$$t_i^* \leq t_i^{max} \text{ (上限のある財}i\text{に対して)}$$

$$T - \sum_{i=1}^K t_i^* = 0$$

$$\mu_i \geq 0 \forall i = 1, 2, 3 \dots K$$

$$\bar{\mu}_i \geq 0 \text{ (上限のある財}i\text{に対して)}$$

$$\mu_i t_i^* = 0 \forall i = 1, 2, 3 \dots K$$

$$\bar{\mu}_i (t_i^* - t_i^{max}) = 0 \text{ (上限のある財}i\text{に対して)}$$

$$U'(\mathbf{t}^*) + \mu_i - \bar{\mu}_i - \lambda = 0 \forall i = 1, 2, 3 \dots K$$

## 2.2. 配分の上限を持つMDC選択モデルに対するKKT条件

$$-t_i^* \leq 0, \forall i = 1, 2, 3 \dots K$$

$$t_i^* \leq t_i^{max} \text{ (上限のある財} i \text{に対して)}$$

$$T - \sum_{i=1}^K t_i^* = 0$$

$$\mu_i \geq 0 \forall i = 1, 2, 3 \dots K$$

$$\bar{\mu}_i \geq 0 \text{ (上限のある財} i \text{に対して)}$$

$$\mu_i t_i^* = 0 \forall i = 1, 2, 3 \dots K$$

$$\bar{\mu}_i (t_i^* - t_i^{max}) = 0 \text{ (上限のある財} i \text{に対して)}$$

$$U'(t^*) + \mu_i - \bar{\mu}_i - \lambda = 0 \forall i = 1, 2, 3 \dots K$$

a)  $t_i^* = 0$  の時

→  $\bar{\mu}_i = 0$  かつ  $\mu_i > 0$ , ゆえに  $U'(t^*) < \lambda$

b)  $0 < t_i^* < t_i^{max}$  の時

→  $\bar{\mu}_i = 0$  かつ  $\mu_i = 0$ , ゆえに  $U'(t^*) = \lambda$

c)  $t_i^* = t_i^{max}$  の時

→  $\bar{\mu}_i > 0$  かつ  $\mu_i = 0$ , ゆえに  $U'(t^*) > \lambda$

上記の条件のうち、最初の2つは、消費に上限を設けない従来のMDCモデルと全く同じである。3番目の条件は、課された境界と等しい配分を持つ代替案（すなわち、最適解が右端にある）に対応するものであり、追加的なものである。2つ目の条件は、最適配分における価格正規化限界効用は、配分が対応する上限値より小さいすべての選択された代替案で等しいことを意味する。第3の条件は、右隅に配置された財の上界における価格正規化限界効用は、隅に最適配置されていない他の財のそれよりも大きいことを意味する。直感的には、それらの財に上限が課されなければ、消費者はそれらの財をより多く消費することによって、より大きな最適効用を得ることになることを意味する。

ただし、3つ目の条件は、観測された割り当てが課せられた境界と等しい（すなわち、観測された割り当てが右端にある）場合のみ関係します。もし、観測されたデータのすべての配分が上限値より小さければ、尤度式とそれに対応するパラメータ推定値は従来のMDCモデルのものと同じになる。この性質は、推定データに上界と等しい配分を持つ個体が少数しかない（あるいは全くない）場合に有利である。このような場合、尤度値とパラメータ推定値は伝統的なMDCモデルからのものに非常に近くなる。したがって、モデル推定には境界のない伝統的なMDCモデルを用いることができます。しかし、どの個人も上限を超えて消費することがないように、予測時に境界を考慮することは可能である。

## 2.3. 効用構造

$$U(\mathbf{t}) = u_1 + \sum_{k=2}^K u_k$$

$u_1$ :外部財の効用     $u_k \forall k \in \{2,3,\dots,K\}$ :内部財の効用

非線形の場合:  $u_1 = \psi_1 \ln(t_1)$

線形の場合:  $u_1 = \psi_1 t_1$

これからそのそれぞれを検討する.

## 2.3. 最小限の消費に対応するための内部財効用構造

今度は下限も考える(ex:外食)

「下限を下回るときは0とする」(注:厳密な言い方ではない)

✗混合整数型の制約→モデルを複雑にしてしまう。

Van Nostrand et al. (2013)が提案するアプローチで、効用構造の修正により消費量の下限を対応させる。具体的には、効用構造を線形効用形式と非線形効用形式の組み合わせとして指定し、準凹性と連続微分可能性の特性を保持した上で、以下のように指定する。

$$U(\mathbf{X}) = u_1 + \sum_{k=2}^K u_k$$

ただし,  $u_1 = \psi_1 \ln(t_1)$

$$u_k = \begin{cases} \psi_k t_k (t_k \leq t_k^{\min}) \\ \psi_k t_k^{\min} + \psi_k \ln\left(\frac{t_k - t_k^{\min}}{\gamma_k} + 1\right) (t_k > t_k^{\min}) \end{cases}$$

$\psi_k$ をパラメータ化.  $z_k$ は意思決定者と代替案の特性を表す社会人口統計学的変数であり、その相関するパラメータ  $\beta_k$ を導入

$$\psi_k = \exp(\beta_k' z_k + \varepsilon_k)$$

## 2.4. 尤度関数の導出

a)  $t_k^* = 0$  の時

$$\psi_k < \lambda$$

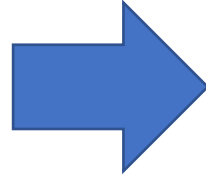
b)  $t_k^{min} \leq t_k^* < t_k^{max}$

$$\frac{\psi_k}{\frac{t_k^* - t_k^{min}}{\gamma_k} + 1} = \lambda$$

c)  $t_k^* = t_k^{max}$  の時

$$\frac{\psi_k}{\frac{t_k^* - t_k^{min}}{\gamma_k} + 1} > \lambda$$

$$\frac{\psi_1}{t_1^*} = \lambda$$



$$\varepsilon_k < V_1 - V_k + \varepsilon_1$$

$$\varepsilon_k = V_1 - V_k + \varepsilon_1$$

$$\varepsilon_k > V_1 - V_k + \varepsilon_1$$

$$V_k = \begin{cases} \beta'_k z_k \\ \beta'_k z_k - \ln\left(\frac{t_k^* - t_k^{min}}{\gamma_k} + 1\right) \\ \beta'_k z_k - \ln\left(\frac{t_k^* - t_k^{min}}{\gamma_k} + 1\right) \end{cases}$$

$$V_1 = \beta'_1 z_1 - \ln(t_1^*)$$

### 尤度関数

$$L(t_1^*, t_2^*, t_3^*, \dots, t_M^*, 0, 0, \dots, 0, t_{N+1}^{max}, t_{N+2}^{max}, \dots, t_K^{max}) =$$

$$|J| \int_{\varepsilon_1=-\infty}^{\infty} \int_{\varepsilon_{M+1}=-\infty}^{V_1 - V_{M+1} + \varepsilon_1} \dots \int_{\varepsilon_N=-\infty}^{V_1 - V_N + \varepsilon_1} \dots \int_{\varepsilon_K=V_1 - V_K + \varepsilon_1}^{\infty}$$

$$f(\varepsilon_1, V_1 - V_2 + \varepsilon_1, V_1 - V_3 + \varepsilon_1, \dots, V_1 - V_M + \varepsilon_1, \varepsilon_{M+1}, \varepsilon_{M+2}, \dots, \varepsilon_N, \varepsilon_{N+1}, \varepsilon_{N+2}, \dots, \varepsilon_K) d\varepsilon_K d\varepsilon_{K-1} \dots d\varepsilon_N \dots d\varepsilon_{M+1} d\varepsilon_1$$

## 2.4. 尤度関数の導出

尤度関数は、誤差項にガンベル分布 ( $f_{\varepsilon_k}(\varepsilon) = \eta e^{-\eta\varepsilon} e^{-e^{-\eta\varepsilon}}$ ) を仮定すると以下のように書き換えられる。

$$L(t_1^*, t_2^*, t_3^*, \dots, t_M^*, 0, 0, \dots, 0, t_{N+1}^{max}, t_{N+2}^{max}, \dots, t_K^{max}) = \eta^{M-1} |J| (M-1)! \prod_{k=1}^M \exp(\eta V_k) \times$$

$$\left\{ \frac{1}{\left( \sum_{k=1}^N \exp(\eta V_k) \right)^M} - \sum_{l=N+1}^K \left( \frac{1}{\left( \sum_{k=1}^N \exp(\eta V_k) + \exp(\eta V_l) \right)^M} \right) + \right.$$

$$\left. \sum_{l=N+1}^K \sum_{m=l+1}^K \left( \frac{1}{\left( \sum_{k=1}^N \exp(\eta V_k) + \exp(\eta V_l) + \exp(\eta V_m) \right)^M} \right) - \dots + (-1)^{K-N} \frac{1}{\left( \sum_{k=1}^K \exp(\eta V_k) \right)^M} \right\}$$

$$|J| = \left( \prod_{k=1}^M c_k \right) \left( \sum_{k=1}^M \frac{1}{c_k} \right)$$

$$c_k = \frac{1}{(t_k^* - t_k^{min}) + \gamma_k}$$

従来のMDCモデル：ヤコビアン行列は全ての選択された選択肢について書かれている。

提案モデル：割り当てがそれぞれ**上限値より小さい**選択された選択肢についてのみ書かれている。

## 2.5. 配分の予測の手順

### ステップ1：初期設定

入力データとモデルパラメータが与えられ、推定スケールパラメータ  $\eta$  を用いてシミュレートされた誤差項 ( $\varepsilon_k$ ) が描かれると、すべての選択肢のベースライン効用値 ( $\psi_k$ ) と翻訳パラメータ ( $\gamma_k$ ) を計算する。ベースライン効用値 ( $\psi_k$ ) とすべての選択肢の翻訳パラメータ ( $\gamma_k$ ) を計算する。利用可能な選択代替案を選択集合  $K = \{1, 2, \dots, k, \dots, K\}$  に初期化する。そして、利用可能な予算  $E$  を読み込む。

### ステップ2：選択肢をベースライン限界効用が小さい順に並べる

外部財のベースライン限界効用を1位として、すべての選択可能な代替案のベースライン限界効用を小さい順に並べる。また、選択肢の指標  $k$  も同じ順番に並べる。

### ステップ3：選択肢の集合の初期化

選ばれた選択肢はこれだけである (または  $M = 1$ ) という仮定でスタートし、選ばれた選択肢の集合  $M = \{1\}$  を初期化する。

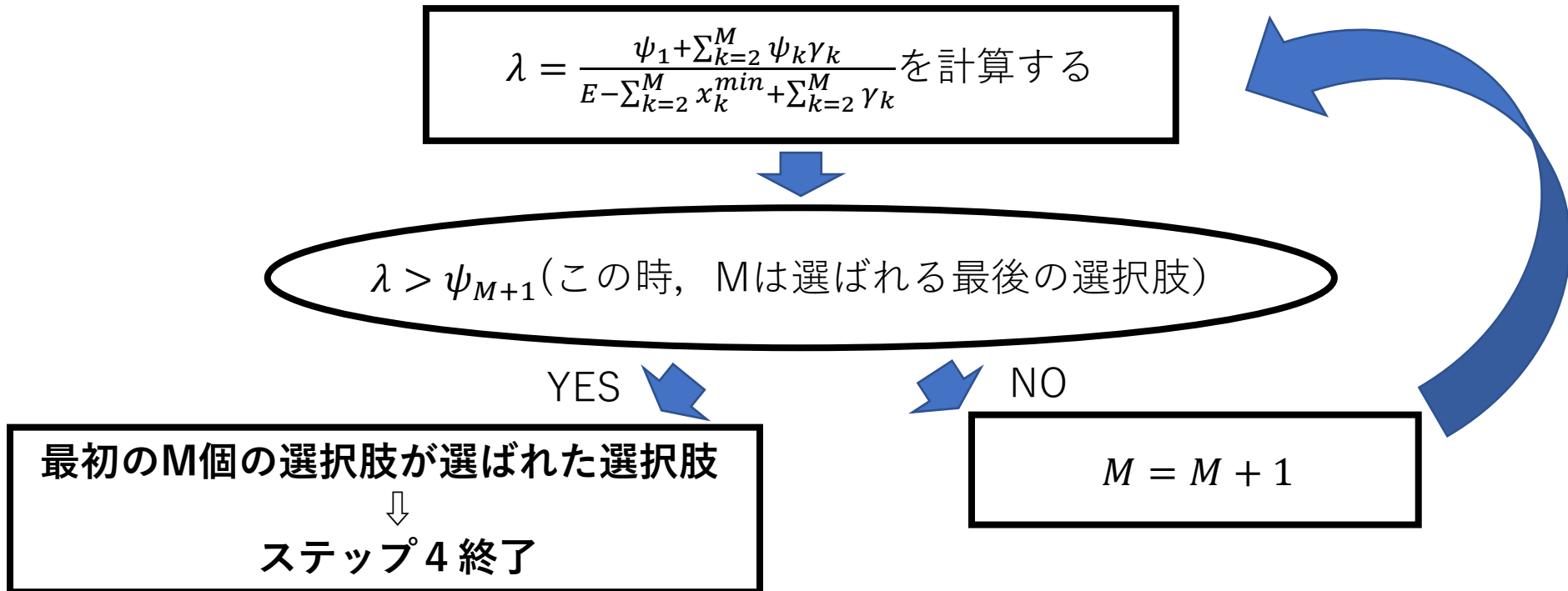
## 2.5. 配分の予測の手順

ステップ 1 : 初期設定

ステップ 2 : 選択肢をベースライン限界効用が小さい順に並べる

ステップ 3 : 選択肢の集合の初期化

ステップ 4 :  $\psi_k$  のリストに対する繰り返し計算





## 2.5. 配分の予測の手順

- ステップ1：初期設定
- ステップ2：選択肢をベースライン限界効用が小さい順に並べる
- ステップ3：選択肢の集合の初期化
- ステップ4： $\psi_k$ のリストに対する繰り返し計算

ステップ5：最適な配分の計算

→

ステップ6：予想配分と上限の比較

以下の式を用いる

選択された内部財： $t_m^* = t_m^{min} + \gamma_m \left( \frac{\psi_m}{\lambda} - 1 \right)$

外部財： $t_1^* = \frac{\psi_1}{\lambda}$

選択されなかった財： $t_k^* = 0$

上限を超える予想配分があるか？

NO

全手順終了

YES

$t_m^* = t_m^{max}$ の財の集合をAとする  
予算の制約を  $E = E - \sum_{k \in A} x_k^{max}$  に更新

全体からAを除いた集合を選択可能な財の集合としてステップ2へ戻る

1. Introduction
2. MDC model with bounds on consumption (Bounded MDCEV Model)
- 3. Episode-Level MDC model that recognizes logical ordering among episodes and bounds on time allocation (Bounded OMDCEV)**
4. Empirical application
5. Summary and conclusions

## 3.1. 表記方法

$\mathbb{K}$  : 活動タイプの集合 (kをインデックスとする. 総数はK)

$J_{\mathbb{K}}$  : k番目の活動のエピソードの集合 ( $j_k$ をインデックスとする.  $J_k$ が最大値)

$\mathbb{M}$  : 選ばれた活動の集合 (mをインデックスとする. 総数はM)

$\mathbb{M}'$  : 選ばれた活動の集合 (m'をインデックス)

→ K個の活動のうち, 最初のM個を選ばれた活動とする (一般性を失わない)

→  $\mathbb{M} = \{1, 2, 3, \dots, M\}, \mathbb{M}' = \{M+1, M+2, \dots, K\}$

$\mathbb{I}_m$  : 選ばれた活動mのうち, 選ばれたエピソードの集合 ( $i_m$ をインデックス, 総数は $I_m$ )

$\mathbb{I}'_m$  : 選ばれた活動mのうち, 選ばれなかったエピソードの集合 ( $i'_m$ をインデックス)

→  $J_m$ 個のエピソードのうち, 最初の $I_m$ 個を選ばれたエピソードとする (一般性を失わない)

→  $\mathbb{I}_m = \{1, 2, 3, \dots, I_m\}, \mathbb{I}'_m = \{I_m+1, I_m+2, \dots, J_m\}$

→ 選ばれた活動の選ばれたエピソードのうち, 上限に達しているものを  $\bar{i}_m = \{1, 2, \dots, N_m\}$

## 3.2. 効用構造と最適化条件

$$U(\mathbf{t}) = \psi_1 \ln(t_1) + \sum_{k=2}^K \sum_{j_k=1}^{J_k} \psi_{k,j_k} \gamma_k \ln\left(\frac{t_{k,j_k}}{\gamma_k} + 1\right)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{J_k} t_{k,j} = T$$

総消費時間制約

$$t_{k,j_k} \leq t_{k,j_k}^{max}$$

選択された活動, エピソードごとの消費時間制約

$$t_{k,j_k} \geq 0$$

消費時間の非負条件

ラグランジュ関数

$$L = \psi_1 \ln(t_1) + \sum_{k=2}^K \sum_{j_k=1}^{J_k} \psi_{k,j_k} \gamma_k \ln\left(\frac{t_{k,j_k}}{\gamma_k} + 1\right) - \sum_{k=2}^K \sum_{j_k=1}^{J_k} \mu_{k,j_k} \left(-t_{k,j_k}\right) - \lambda \left(\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{J_k} t_{k,j} - T\right) - \left(\sum_{k=2}^K \sum_{j=1}^{J_k} \bar{\mu}_{k,j_k} \left(t_{k,j_k} - t_{k,j_k}^{max}\right)\right)$$

## 3.2. 効用構造と最適化条件

KKT条件 (2.2に従う)

(a)選ばれた活動, 選ばれたエピソード, 配分が上限

$$\frac{\psi_{m, \bar{i}_m}}{\left(\frac{t_{m, \bar{i}_m}^{\max}}{\gamma_m} + 1\right)} - \lambda > 0 \quad \forall m \in \mathbb{M} \setminus \{1\}, \bar{i}_m = \{1, 2, \dots, N_m\}$$

(b)選ばれた活動, 選ばれたエピソード, 配分が上限

$$\frac{\psi_{m, i_m}}{\left(\frac{t_{m, i_m}^*}{\gamma_m} + 1\right)} - \lambda = 0 \quad \forall m \in \mathbb{M} \setminus \{1\}, i_m = \{N_m + 1, N_m + 2, \dots, I_m\}$$

(c)選ばれた活動, 選ばれていないエピソード (配分は0)

$$\frac{\psi_{m, i'_m}}{\left(\frac{t_{m, i'_m}^*}{\gamma_m} + 1\right)} - \lambda < 0 \Rightarrow \psi_{m, i'_m} < \lambda \quad \forall m \in \mathbb{M} \setminus \{1\}, i'_m \in \mathbb{I}'_m$$

(d)選ばれていない活動 (配分はゼロ)

$$\frac{\psi_{m', i'_m}}{\left(\frac{t_{m', i'_m}^*}{\gamma_{m'}} + 1\right)} - \lambda < 0 \Rightarrow \psi_{m', i'_m} < \lambda \quad \forall m' \in \mathbb{M}', i'_m \in \mathbb{I}'_{m'}$$

(e)外部財

$$\frac{\psi_1}{t_1^*} = \lambda$$

## 3.2. 効用構造と最適化条件

KKT条件に加えて、「順序条件」を加える。

ある活動の  $(j_k + 1)$  番のエピソードが下位の活動の発生と同時に発生しないよう

$$\psi_{k,j_k} \geq \psi_{k,(j_k+1)} \quad \forall k \in \{2, 3, \dots, K\}, j_k \in \{1, 2, 3, \dots, J_k - 1\}$$

異なるエピソード間の順序条件

(f) 選ばれた活動, 選ばれたエピソード

$$\psi_{m,i_m} > \psi_{m,i_m+1} \quad \forall m \in \mathbb{M} \setminus \{1\}, i_m \in \mathbb{I}_m \setminus \{I_m\}$$

(g) 選ばれた/ないエピソードの前後の関係

$$\psi_{m,I_m} > \psi_{m,I_m+1} \quad \forall m \in \mathbb{M} \setminus \{1\}$$

(h) 選ばれた活動, 選ばれていないエピソード

$$\psi_{m,i'_m} > \psi_{m,i'_m+1} \quad \forall m \in \mathbb{M} \setminus \{1\}, i'_m \in \mathbb{I}'_m \setminus \{J_m\}$$

(i) 選ばれていない活動 (ゼロ配分)

$$\psi_{m',i'_m} > \psi_{m',i'_m+1} \quad \forall m' \in \mathbb{M}', i'_m \in \mathbb{I}'_{m'} \setminus \{J_{m'}\}$$

## 3.2. 効用構造と最適化条件

尤度関数は、順序条件に条件づけられる。

$$\mathcal{L}\left\{t_1^*, \dots, \left(t_{m,1}^{max}, t_{m,2}^{max}, \dots, t_{m,N_m}^{max}, t_{m,N_m+1}^*, \dots, t_{m,I_m}^*\right), \left(t_{M,1}^{max}, \dots, t_{m,N_m+1}^*, \dots, t_{M,I_M}^*\right), 0, \dots, 0\right\} = \mathcal{L}(\text{KKT conditions} | \text{Ordering conditions})$$

上式は、(a)~(e)のKKT条件を(f)~(g)の順序条件で条件付けした条件付き尤度。

次のように展開できる。

$$\mathcal{L}(\text{KKT conditions} | \text{Ordering conditions}) = \frac{\mathcal{L}(\text{KKT conditions AND Ordering conditions})}{\mathcal{L}(\text{Ordering conditions})}$$

### 3.3. 冗長性を排除して尤度表現を導く

分子はKKT条件と順序条件の交わりを含んでおり，冗長性の排除が重要。

$$\mathcal{L}\left\{t_1^*, \dots, \left(t_{m,1}^{\max}, t_{m,2}^{\max}, \dots, t_{m,N_m}^{\max}, t_{m,N_m+1}^*, \dots, t_{m,I_m}^*\right), \dots, \left(t_{M,1}^*, \dots, t_{M,I_M}^*\right), 0, \dots, 0\right\} =$$

$$\mathcal{L}\left(\begin{array}{l} \left(V_{m,\bar{i}_m} + \varepsilon_{m,\bar{i}_m} > V_1 + \varepsilon_1\right) \forall m \in \mathbb{M} \setminus \{1\}, \bar{i}_m \in \{1, 2, \dots, N_m\}, \\ \left(V_{m,i_m} + \varepsilon_{m,i_m} = V_1 + \varepsilon_1\right) \forall m \in \mathbb{M} \setminus \{1\}, i_m \in \{N_m + 1, N_m + 2, \dots, I_m\}, \\ \left(U_1 > \bar{U}_{m,I_m+1} > \bar{U}_{m,I_m+2} \dots > \bar{U}_{m,J_m}\right) \forall m \in \mathbb{M} \setminus \{1\}, \\ \left(U_1 > \bar{U}_{m',1} > \bar{U}_{m',2} > \dots > \bar{U}_{m',J_{m'}}\right) \forall m' \in \mathbb{M}' \end{array}\right)$$


---


$$\mathcal{L}\left(\bar{U}_{k,1} > \bar{U}_{k,2} > \dots > \bar{U}_{k,j_k} \dots > \bar{U}_{k,J_k}\right) \forall k \in \mathbb{K} \setminus \{1\}$$

$$V_{k,j_k} = \beta'_{k,j_k} \mathbf{z}_{k,j_k} - \ln\left(\frac{t_{k,j_k}^*}{\gamma_k} + 1\right), V_1 = \beta' \mathbf{z}_1 - \ln(t_1^*), U_1 = V_1 + \varepsilon_1, \bar{V}_{k,j_k} = \beta'_{k,j_k} \mathbf{z}_{k,j_k} \text{ and } \bar{U}_{k,j_k} = \bar{V}_{k,j_k} + \varepsilon_{k,j_k}$$



### 3.3. 冗長性を排除して尤度表現を導く

ガンベル確率項を仮定すると、面倒だが簡単な積分をした後、上式の分子は閉形式となる。

$$\begin{aligned}
 & |J| \eta^{\delta-1} (\delta-1)! \frac{1}{\prod_{k=1}^M \prod_{j_k=1}^{I_k} \left( \frac{e^{\eta \bar{V}_{k,j_k}}}{\sum_{s=j_k}^{J_k} e^{\eta \bar{V}_{k,s}}} \right)} \exp \left( \sum_{m=1}^M \sum_{i_m=1}^{I_m} [\eta (V_{m,i_m} - V_1)] \right) \left\{ \frac{1}{(B+1)^\delta} - \sum_{m=2}^M \sum_{i_m=1}^{N_m} \frac{1}{\left( B+1 + e^{\eta (V_{m,i_m} - V_1)} \right)^\delta} + \right. \\
 & \sum_{m=2}^M \sum_{i_m=1}^{N_m} \sum_{n=\begin{cases} m \text{ if } i_m < N_m \\ m+1 \text{ if } i_m = N_m \end{cases}}^M \sum_{i_n=\begin{cases} i_m + 1 \text{ if } n = m \\ 1 \text{ if } n > m \end{cases}}^{N_n} \frac{1}{\left( B+1 + e^{\eta (V_{m,i_m} - V_1)} + e^{\eta (V_{n,i_n} - V_1)} \right)^\delta} - \dots \\
 & \left. + (-1)^{\sum_{m=2}^M N_m} \frac{1}{\left( B+1 + \sum_{m=2}^M \sum_{i_m=1}^{N_m} e^{\eta (V_{m,i_m} - V_1)} \right)^\delta} \right\}
 \end{aligned}$$

$\delta$ : 上限に達していない  
 (活動, エピソード) の  
 総数

$$B = \sum_{m=2}^M \sum_{i_m=N_m+1}^{I_m} e^{\eta (V_{m,i_m} - V_1)} + \sum_{m=2}^M \sum_{i'_m=I_m+1}^{J_m} e^{\eta (\bar{V}_{m,i'_m} - V_1)} + \sum_{m'=M+1}^K \sum_{i'_{m'}=1}^{J_{m'}} e^{\eta (\bar{V}_{m',i'_{m'}} - V_1)}$$

# 構成

1. Introduction
2. MDC model with bounds on consumption (Bounded MDCEV Model)
3. Episode-Level MDC model that recognizes logical ordering among episodes and bounds on time allocation (Bounded OMDCEV)
- 4. Empirical application**
5. Summary and conclusions

## 4.1. 実証データ

- 個人のエピソードレベルの活動参加と時間使用について、任意の活動のエピソードの上限、下限を考慮しながら分析する。実証データは、カリフォルニア州ロサンゼルス地域のSouthern California Association of Governmentsが実施した2013年の地域別世帯旅行調査から抽出。

**Table 1**

Descriptive statistics for the estimation sample (N = 2936).

Activity purpose	Activity-level participation % of individuals participating in the activity	Episode-level participation (% of individuals participating in at least these no. of episodes)						Average time allocation, if non-zero (minutes)		Lower bounds (in min)	Upper bounds (in min)	Number of individuals hitting the upper bound
		1 or more	2 or more	3 or more	4 or more	5 or more	6	Episode-level	Activity-level			
Escorting	28.2	28.2	18.4	7.1	4.2	–	–	9.4	19.3	NA	35 (140) <sup>#</sup>	88 (91) <sup>\$</sup>
Shopping	46.9	46.9	13.6	4.3	1.3	0.4	0.1	43.8	62.2	NA	NA	NA
Maintenance	40.9	40.9	12.9	4.1	1.1	0.3	0.1	51.4	74.5	NA	NA	NA
Social	7.6	7.6	0.8	0.2	–	–	–	123.7	139.7	10 <sup>*</sup>	NA	NA
Entertainment	6.3	6.3	0.3	–	–	–	–	158.8	164.3	24 <sup>*</sup>	NA	NA
Visit family/friends	18.5	18.5	3.3	0.7	0.1	–	–	138.8	169.5	NA	NA	NA
Active Recreation	17.6	17.6	1.9	0.2	–	–	–	87.2	107.8	NA	209 (627) <sup>#</sup>	52 (52) <sup>\$</sup>
Eat Out	19.3	19.3	1.5	–	–	–	–	69.7	74.4	15 <sup>*</sup>	NA	NA

\* Lower bound values are assumed to be same for both activity-level and episode-level time allocations.

# Upper bound values inside the parentheses correspond to activity-level choice alternatives.

\$ Values inside the parentheses correspond to the total number of episodes that hit the upper bound.

## 4.2. 実証モデルと結果

<検討したモデル>

- ①**活動レベルの時間配分**（活動レベルの時間配分に関する**制約があるもの**と**ないもの**）
- ②**エピソードレベルの時間配分**（エピソードレベルの**制約があるもの**と**ないもの**）

- スケールパラメータを1にする場合に加え、推定する場合も検討。
- 境界を設けたモデルと設けないモデルの間のスケールパラメータ推定値、適合度指標、予測性能の違いに注目する  
（適合度指標と予測性能→推定には使用せず、検証に使用した200個のランダムサンプルを繰り返し抽出して10回検証を行った。）

## 4.2.1. スケールパラメータ

スケールパラメータを推定した経験的モデルは、スケールを1に正規化したモデルよりも、データの適合性と予測性が大幅に向上した！

スケールパラメータ推定値は0.29

対数尤度 (LL) 値は-51,384.11 → -49,658.04

推定されたスケールパラメータは1より有意に小さい

→ 効用関数の誤差分布は単位スケールパラメータを持つ対応するモデルと比較してタイト (あまり広がらない)

→ → 単位スケールパラメータを用い、時間配分の上限を設けないモデルは、推定スケールパラメータを用い、上限を設けないモデルよりも過剰予測の割合が大きくなった

## 4.2.1 スケールパラメータ

**外部財の効用関数が線形であるモデルの規模パラメータ推定値は、外部財の効用関数が非線形であるモデルよりも大きさが小さい。**

外財に対する線形効用関数は、予算が少ない状況よりも予算が多い状況に適しているため（Palma and Hess, 2020）、時間配分値の過大予測をある程度抑制するために、スケールパラメータの値が縮小された？

**これらの知見は、価格変動がない場合でも、スケールパラメータを推定することの重要性を示唆**  
そうすることで、消費に関する上限値の無視や外財に関する線形効用の仮定など、モデル構造の他の不完全性に起因する歪んだ予測の発生を抑制することができる。

## 4.2.2 推定データセットと検証データセットにおける適合度

非線形外部財効用プロファイルと線形外部財効用プロファイルのモデルでは、前者のモデルの方が適合度が高く、予測も優れていた。

(※赤池情報量規準 (AIC) とベイズ情報量規準 (BIC) を比較に使用)

**Table 2**  
Goodness of fit measures in estimation and validation samples.

	Activity-level model		Episode-level model	
	With bounds	Without bounds	With bounds	Without bounds
<b>Data fit measures for the estimation sample (N = 2936)</b>				
Number of parameters	46	46	64	64
Null log-likelihood (Null LL)	-72956.01	-73387.08	-87850.61	-89586.37
LL at constants for $NL-\gamma$ profile	-40020.02	-40134.82	-50535.01	-51219.10
LL at convergence for $NL-\gamma$ profile	-39633.94	-39749.03	-49658.03	-50340.95
LL at convergence for $L-\gamma$ profile	-40259.31	-40419.91	-50315.11	-51014.76
AIC for $NL-\gamma$ profile	79359.89	79590.07	99444.07	100809.89
BIC for $NL-\gamma$ profile	79427.40	79657.58	99538.00	100903.83
AIC for $L-\gamma$ profile	80610.62	80931.82	100758.22	102157.52
BIC for $L-\gamma$ profile	80885.92	81207.12	101141.25	102540.55
<b>Data fit measures for the validation sample (Average across 10 outside samples of 200 individuals)</b>				
Predictive LL for $NL-\gamma$ profile	-2685.97	-2696.41	-3378.88	-3420.49
Predictive LL for $L-\gamma$ profile	-2769.05	-2779.81	-3465.28	-3508.04
AIC for $NL-\gamma$ profile	5463.95	5484.83	6885.76	6968.99
BIC for $NL-\gamma$ profile	5615.68	5636.55	7096.85	7180.08
AIC for $L-\gamma$ profile	5630.10	5651.62	7058.57	7144.09
BIC for $L-\gamma$ profile	5781.82	5803.34	7269.67	7355.18

## 4.2.3 予測性能

表3：非線型外部効用（NL- $\gamma$ ）プロファイルを持つエピソードレベルのモデルで予測された参加率と時間配分（括弧の外の数値は平均時間配分，括弧の中の数値は参加率）

- ✓ 拘束されたOMDCEVモデルによって予測された平均時間配分は、OMDCEVモデルによって予測されたものよりも一般的に平均観測値に近くなっている
- ✓ 特に、OMDCEVモデルで時間配分の上限を無視したアクティブレクリエーション活動では、活動レベルの時間配分の平均予測値101分は、観測値の平均88.7分より12分も大きい。一方、拘束型MDCEVモデルでは、平均92.6分と、より良い予測結果となった。

**Table 3**

Observed and predicted average activity time allocations (and participation rates) from episode-level models.

Activity purpose		Average across 10 outside samples (N = 200) and 50 sets of error draws <sup>#</sup>	Duration of Episode 1	Duration of Episode 2	Duration of Episode 3	Duration of Episode 4	Duration of Episode 5	Duration of Episode 6
Outside good	Observed	933.6 (100)						
	Bounded-OMDCEV	939.0 (100)						
Escorting	Observed	20.3 (27.6)	13.5 (27.6)	7.4 (18.6)	5.1 (7.0)	3.3 (4.2)	–	–
	Bounded-OMDCEV	17.0 (35.0)	12.7 (35.0)	7.0 (13.3)	5.3 (5.8)	4.5 (2.3)	–	–
Shopping	Observed	16.5 (36.0)	14.7 (36.0)	6.7 (13.3)	5.1 (5.7)	4.2 (2.2)	–	–
	Bounded-OMDCEV	60.0 (47.7)	50.1 (47.7)	26.7 (14.4)	15.7 (4.5)	9.4 (1.2)	3.8 (0.3)	0.4 (0.1)
Maintenance	Observed	69.0 (44.6)	60.0 (44.6)	23.7 (14.4)	13.6 (3.6)	9.0 (0.7)	8.1 (0.1)	0.0 (0.0)
	Bounded-OMDCEV	68.0 (44.8)	59.1 (44.8)	23.5 (14.6)	13.7 (3.6)	9.6 (0.7)	5.7 (0.1)	0.3 (0.0)*
Social	Observed	75.6 (41.7)	68.1 (41.7)	19.6 (13.4)	10.1 (3.9)	7.4 (1.2)	4.4 (0.4)	1.5 (0.2)
	Bounded-OMDCEV	62.7 (40.3)	54.7 (40.3)	22.2 (12.5)	12.9 (3.2)	8.8 (0.6)	6.3 (0.1)	0.2 (0.0)*
Entertainment	Observed	62.5 (40.5)	54.6 (40.5)	22.1 (12.5)	12.7 (3.1)	8.7 (0.5)	6.5 (0.1)	0.0 (0.0)
	Bounded-OMDCEV	150.2 (8.2)	144.8 (8.2)	35.6 (0.6)	6.9 (0.2)	–	–	–
Active recreation	Observed	124.3 (8.2)	123.0 (8.2)	46.3 (0.2)	4.4 (0.0)*	–	–	–
	Bounded-OMDCEV	124.8 (8.0)	123.8 (8.0)	38.6 (0.2)	10.0 (0.0)*	–	–	–
Visiting family/friends	Observed	148.9 (6.2)	145.7 (6.2)	22.7 (0.2)	–	–	–	–
	Bounded-OMDCEV	148.4 (6.2)	147.4 (6.2)	35.5 (0.1)	–	–	–	–
Eat out	Observed	160.1 (6.3)	159.4 (6.3)	46.9 (0.1)	–	–	–	–
	Bounded-OMDCEV	177.9 (17.7)	166.9 (17.7)	57.1 (3.0)	16.6 (0.4)	4.8 (0.2)	–	–
Active recreation	Observed	147.9 (19.9)	143.7 (19.9)	46.9 (1.7)	27.0 (0.1)	2.4 (0.0)*	–	–
	Bounded-OMDCEV	145.6 (20.0)	141.2 (20.0)	45.6 (1.7)	28.0 (0.1)	1.8 (0.0)*	–	–
Eat out	Observed	88.7 (16.1)	83.0 (16.1)	48.0 (2.0)	10.5 (0.1)	–	–	–
	Bounded-OMDCEV	92.6 (17.6)	89.5 (17.6)	40.0 (1.3)	19.0 (0.0)*	–	–	–
Eat out	Observed	101.0 (17.6)	98.2 (17.6)	35.8 (1.3)	18.2 (0.0)*	–	–	–
	Bounded-OMDCEV	70.8 (19.7)	67.6 (19.7)	42.0 (1.5)	–	–	–	–
Eat out	Observed	76.8 (18.4)	73.9 (18.4)	36.5 (1.5)	–	–	–	–
	Bounded-OMDCEV	83.3 (18.2)	81.0 (18.2)	28.3 (1.4)	–	–	–	–

<sup>#</sup> Duration is reported in minutes for those who were observed/predicted to have undertaken the activity episode. Participation rates are reported inside parentheses.

\* The predicted participation rate is rounded off to zero because it is a small positive value.

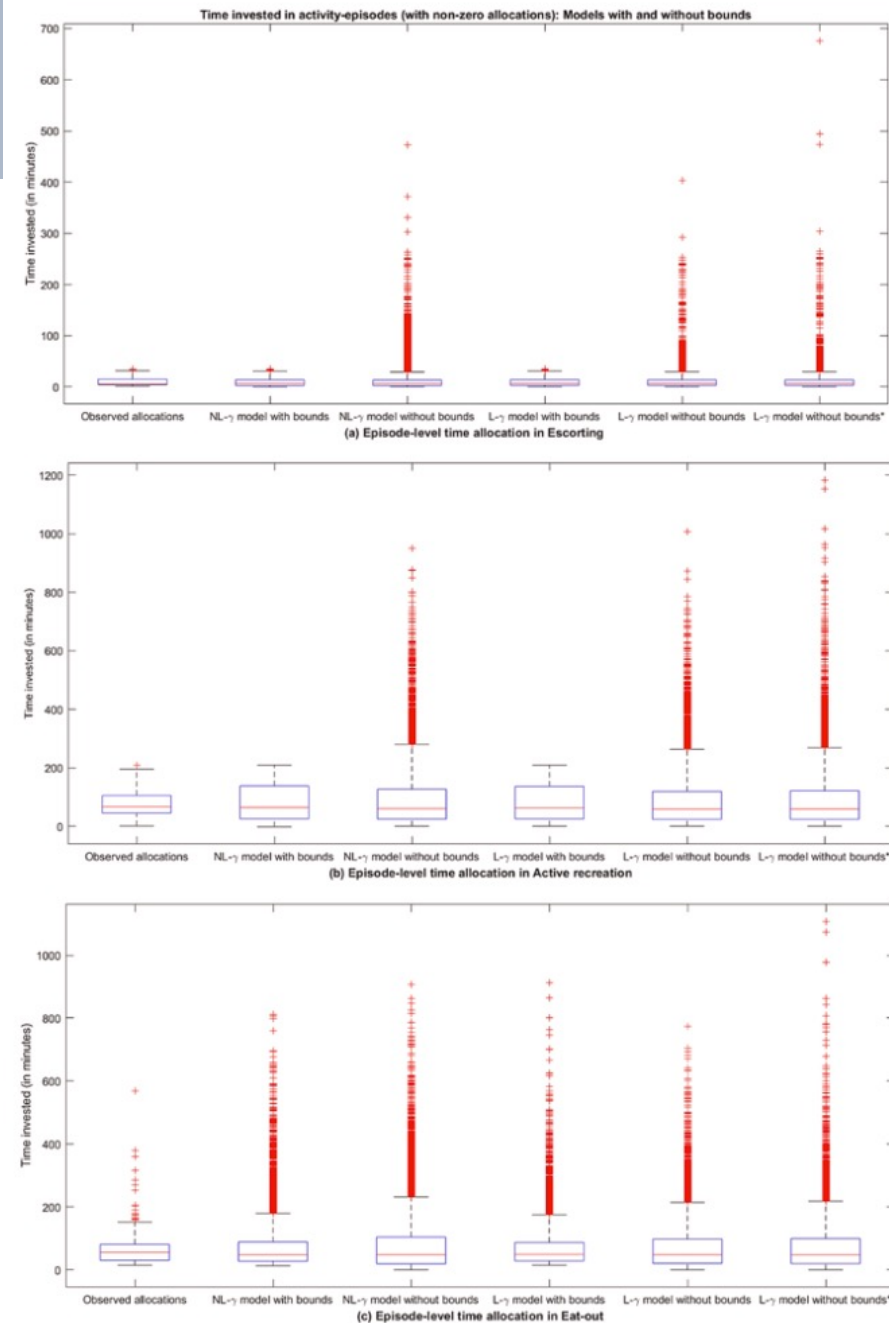


## 4.2.3 予測性能

(a) エスコート、(b) アクティブレクリエーション、(c) 外食の3つの活動に対して、本研究で推定した各種モデルによるエピソードレベルの予測値と、観測時間の箱ひげ図

(200人の10個の検証データセットに対して、50セットの誤差描画に渡る予測値から作成)  
(最後の2つは、1つは既知の時間予算1080分の場合、もう1つは時間予算が不明)

- ✓ 上限を設けないモデルでは、非現実的な高い時間配分が無視できないほど発生する → 活動ベースの旅行需要に関するエージェントベースのマイクロシミュレーションモデルにおいて重要
- ✓ 分散が小さく（分布がタイトに）、観測値の分布に近いように見える（モデルに上限が設定されているエスコートとアクティブレクリエーションのエピソードだけでなく、上限が設定されておらず下限のみが設定されている外食のエピソードでも観察される！！）
- ✓ 外部財の効用プロファイルが線形であるモデル（ $L-\gamma$ プロファイル・モデル）では、外部財の効用プロファイルが非線形のモデルよりも境界を組み込むことが重要（特に予算情報が利用できない場合）



## 4.2.3 予測性能

表4：NL- $\gamma$  効用プロフィールを用いた活動レベルモデルと、本研究で推定したすべてのエピソードレベルモデルのRMSE値

- ✓ エピソードレベルモデルの間には、特にエピソードレベルの活動時間の予測に顕著な違いがある
- ✓ 特に、予算情報を利用しないL- $\gamma$ プロフィールモデルの場合、RMSE値の差はより大きい  
→予算が未知の状況では、割り当てに境界を設けることが非常に重要である可能性を示唆している
- ✓ NL- $\gamma$ とL- $\gamma$ モデルのRMSEを比較すると、NL- $\gamma$ 効用プロフィールの方が適している

**Table 4**

Root mean squared error (RMSE) of prediction for various models estimated in the study.

	Activity-level model (NL- $\gamma$ profile)		Episode-level model (NL- $\gamma$ profile)		Episode-level model (L- $\gamma$ profile without budget)		Episode-level model (L- $\gamma$ profile with budget)	
	with bounds	without bounds	with bounds	without bounds	with bounds	without bounds	with bounds	without bounds
Activity participation	0.002	0.002	0.025	0.029	0.025	0.029	0.025	0.028
Time allocation	0.003	0.004	0.063	0.100	1.018	1.707	0.373	0.498

## 4.3 課された境界に対する実証結果の感度

実証結果から得られる推論が境界の想定値にどの程度依存するのか？

活動の観測データから時間配分の90パーセンタイル値という上限を想定し、その結果、付き添いとアクティブレクリエーションのエピソードに35分と209分を上限として課していた

→85パーセンタイル値（付き添い1回の上限は28分、レクリエーション1回の上限は159分）と95パーセンタイル値（付き添い1回の上限は55分、レクリエーション1回の上限は285分）の2種類の上限を検討

NL -  $\gamma$  効用プロファイルを用いたエピソードレベルモデルを推定

→異なる上限値を課しても、パラメータ推定値の解釈は変わらず

**Table 5**

Sensitivity to bounds: Goodness-of-fit measures.

	Model w/o bounds (Non-recoded data)	85th percentile upper bound (Recoded data)		90th percentile upper bound (Recoded data)		95th percentile upper bound (Recoded data)	
		Model w/ bounds	Model w/o bounds	Model w/ bounds	Model w/o bounds	Model w/ bounds	Model w/o bounds
AIC	101213.3	98822.2	100642.5	99444.1	100809.9	99778.2	101060.6
BIC	101596.3	99205.3	101025.6	99827.1	101192.9	100161.2	101443.7

Number of observations: 2936; Number of parameters: 64.

## 4.3 課された境界に対する実証結果の感度

異なる上限値を持つモデルの尤度適合度を統計的に比較することはできない。

→異なる上限値を設定したモデルの予測性能と、上限値を設定しない観測データの予測性能を比較する

(2936人の全推定標本について、境界の仮定値ごとに、誤差の抽選のシミュレーションを50セット行い予測)

➤ 95 パーセンタイルから 85 パーセンタイルへと境界を厳しくしていくと、境界を設けたモデルのRMSE は 0.076 から 0.084 へと増加した。

→境界の情報がない場合、制限的な境界を設定すると、観測値と比較してモデルの予測値の乖離が大きくなる

**Table 6**  
Sensitivity to bounds: Root mean squared error (RMSE) in predictions.

	RMSE values (Sample size = 2936; number of simulation draws = 50)			
	Predictions compared with the non-recorded data		Predictions compared with the recorded data	
	Model with bounds	Model without bounds <sup>#</sup>	Model with bounds	Model without bounds <sup>\$</sup>
	<b>Imposed upper bound: 85th percentile</b>			
Activity participation	0.020	0.021	0.020	0.021
Time use	0.084	0.069	0.060	0.079
	<b>Imposed upper bound: 90th percentile</b>			
Activity participation	0.021	0.021	0.021	0.023
Time use	0.080	0.069	0.065	0.100
	<b>Imposed upper bound: 95th percentile</b>			
Activity participation	0.021	0.020	0.021	0.020
Time use	0.076	0.069	0.067	0.089

<sup>#</sup> Predictions correspond to the model that did not impose bounds and was estimated on the non-recorded data.

<sup>\$</sup> Prediction corresponds to the model that did not impose bounds and was estimated on the recorded data.

1. Introduction
2. MDC model with bounds on consumption (Bounded MDCEV Model)
3. Episode-Level MDC model that recognizes logical ordering among episodes and bounds on time allocation (Bounded OMDCEV)
4. Empirical application
- 5. Summary and conclusions**

# まとめ

- ✓ **消費の上限を指定する制約を持つMDC選択モデルを導出**
- ✓ 従来の消費者の効用最大化問題を考え、不等式を含む一般的な線形制約を持つMDCモデルについてKarush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件を整理。消費の上限のために不等式制約を取り入れる以外に、下限を収容するために加法分離可能な効用構造を使用。提案モデルの確率項が独立同分布 (IID) Gumbelとして指定される場合、提案モデルの尤度式は、パラメータ推定のためのコーディングと適用が容易な閉じた形式をとる。
- ✓ さらに、提案した定式化は、活動の異なるエピソード間の論理的順序付けに対応しながら、活動のエピソードレベルの選択選択肢を持つMDC選択モデルにおいて境界を課すために拡張されている。このモデルは有界OMDCEVモデルと呼ばれ、閉じた形の尤度表現になる。
- ✓ 提案モデルの予測手順を示した。
- ✓ 提案するモデルを南カリフォルニアの非労働者の活動参加と時間使用に関する実証分析に適用。割り当てに境界を設けたモデルが、境界を無視したモデルよりも**統計的適合度、予測性能が高いことを示唆**→提案したモデルは、旅行需要のマイクロシミュレーションモデルなど、**非現実的なほど大きな活動量の予測を避けることが重要な場面で有用**。

<将来的に>

- (a) 選択肢の部分集合への配分の合計が、外生的に与えられた境界より大きくてはならない
  - (b) 異なる選択肢の消費量に対する非減少順序
- などを考慮したモデル開発