A simulation-based optimization algorithm for dynamic large-scale urban transportation problems

Chong, Linsen, and Carolina Osorio. "A simulation-based optimization algorithm for dynamic large-scale urban transportation problems." Transportation Science 52.3 (2018): 637-656.

2022/6/7　理論談話会#13

交通・都市・国土学研究室 小川 大智

目次

1. Introduction
2. Methodology
3. Time-dependent traffic signal control problem
4. Lausanne city case study
5. Conclusion

背景

最適化問題の目的関数がシミュレーションによってしかわからない場合

- 特に，決定変数が動的に変化する問題
  ex.)信号現示を動的に変化させた時のリンク旅行時間など
- 解析的モデル・決定論的モデル・巨視的モデル
  - 低計算コスト
  - 複雑な交通行動に対する記述力不足の可能性
- 確率的モデル・微視的モデル
  - 複雑な現象を扱える
    ex.)
    - 車両-車両，車両-道路の相互作用
    - 行動選択，経路選択
    - ネットワーク需要の不均一性，不確実性
  - 高計算コスト

目的

近年，ネットワークの需要・供給は複雑化

ex.) 検知型の交通制御システムやリアルタイム交通情報へのアクセス性

→高解像度のモデルで効率的に動的最適化問題を解きたい

最適化問題の定義

$$\min_{x_1,\cdots,x_L} f(x,z;p) = \frac{1}{L}\sum_l E[F_l(x_l,z_l;p)]$$

$$g_l(x_l;p) = 0 \text{ for all } l \in \{1,\cdots,L\}$$

ただし，

- $l \in \{1,\cdots,L\} = \mathcal{L}$：時間インターバル
- x_l：決定変数 ex.)信号現示
- F_l：ネットワークパフォーマンス ex.)トリップ旅行時間，トリップ完了率
- z_l：内性変数 ex.)リンク旅行時間，配分交通量
- p：外性変数 ex.)ネットワーク構造
- g_l：解析的かつ微分可能な制約条件← z_lに依らないのはシミュレーション上の制約条件と重複しないため

つまり，動的な問題を扱うために，分割した時間領域の中で静的な問題を解くとしている．

メタモデルベースのシステム最適化

目的関数fはシミュレーションにより推定される

- fは高次であり，凸関数とは限らない（一般に非常に複雑）．
  - ex.)信号現示を変えた時，多くの車両の選択にネットワーク状態が依存するので，トリップ旅行時間は非常に複雑に変化する.
- 限定的な計算資源下ではシミュレータを回す回数は限られる.

→f，fの微分の計算結果を直接用いて最適解を探索する方法は性能が出にくい.

→メタモデル（fの近似）を用いた最適化

メタモデルによる最適化アルゴリズム(Osorio and Bierlaire, 2013)

イテレーションkでは，…

サンプル$x^{(1)},\cdots,x^{(k-1)}, f\left(x^{(1)},z^{(1)};p\right),\cdots,f\left(x^{(k-1)},z^{(k-1)};p\right)$が得られている．

1. サンプルのうちfを最小化する点を探索する．
2. メタモデルm_kのパラメータβ_kをフィッティングする．
   ($\min_{\beta_k}\sum_i\left(m_k\left(x^{(i)},y^{(i)};q,\beta_k\right)-f\left(x^{(i)},z^{(i)};p\right)\right)^2$ ただし，$y^{(i)}$：内性変数，q：外性変数)
3. 次のサンプル点xの決定
   a. trial point $x_a=\mathrm{argmin}_x\, m_k(x,y;q;\beta_k)$
   b. model improve point x_b ←サンプル空間の分布を改善
4. シミュレーションにより，$f(x,z;p)$を求解．

目的関数の形を学習しながら最適解を探索する．

メタモデルの定式化

一般的な関数 ex.)多項式 を使うとサンプル点の近傍でしか近似できない

→計算資源が限られている場合は目的関数の複雑さを十分に捉えきれない可能性

→目的関数をおおまかに近似する問題固有項を入れ込む（巨視的モデルの解析解など）

$$m_k(x, y; q; \beta_k) = \beta_{k,0} f_A(x, y; q) + \phi\left(x; \beta_{k,1}, \cdots, \beta_{k,D}\right) \tag{5}$$

このとき最適化問題は,

$$\min_x m_k(x, y; q; \beta_k)$$

$$g_l(x_l; q) = 0$$

$$h(x, y; q) = 0$$

←f_Aの制約条件

Stationary network model(Osorio and Chong. 2015)

待ち行列理論に基づく静的ネットワークの定式化

待ち行列（車線）iについて,

- γ_i：ネットワーク外部からの到着率
- $\hat{\lambda}_i$：有効到着率（実際に車線に追加される速度）
- μ_i：サービス率（車線の流下速度）
- $\hat{\rho}_i$：有効利用率（供給に対する需要の割合）
- k_i：待ち行列の長さの上限
- N_i：待ち行列の長さ
- $P(N_i = k_i)$：待ち行列が満員の確率（渋滞確率）
- p_{ij}：待ち行列iから待ち行列jへの移動確率
- $\mathfrak{D}_i$：待ち行列iの下流待ち行列の集合

$$\hat{\lambda}_i = \gamma_i\big(1 - P(N_i = k_i)\big) + \sum_j p_{ji}\hat{\lambda}_j$$

(9a)流量保存

$$\hat{\rho}_i = \frac{\hat{\lambda}_i}{\mu_i} + \left(\sum_{j\in\mathfrak{D}_i} p_{ij}P\big(N_j = k_j\big)\right)\left(\sum_{j\in\mathfrak{D}_i} \hat{\rho}_j\right)$$

(9b)渋滞を考慮した利用率

$$P(N_i = k_i) = \frac{1 - \hat{\rho}_i}{1 - \hat{\rho}_i^{k_i+1}}\hat{\rho}_i^{k_i}$$

(9c)渋滞確率
(Bocharov et al. 2004)

$\hat{\lambda}_i$, $\hat{\rho}_i$, $P(N_i = k_i)$が内性変数であり，その他が外性変数
→待ち行列の数nに対し，$3n$変数の連立方程式

大規模ネットワークに適用可能

Transient network model

式(9)をL個の時間インターバルに分割

$$\hat{\lambda}_{i,l} = \gamma_i\left(1 - P_l(N_i = k_i)\right) + \sum_j p_{ji}\hat{\lambda}_{j,l} \qquad \text{(10a)}$$

$$\hat{\rho}_{i,l} = \frac{\hat{\lambda}_{i,l}}{\mu_{i,l}} + \left(\sum_{j\in\mathfrak{D}_i} p_{ij}P_l\left(N_j = k_j\right)\right)\left(\sum_{j\in\mathfrak{D}_i} \hat{\rho}_{j,l}\right) \qquad \text{(10b)}$$

$$P_l(N_i = k_i) = \frac{1 - \hat{\rho}_{i,l}}{1 - \hat{\rho}_{i,l}^{k_i+1}}\hat{\rho}_{i,l}^{k_i} \qquad \text{(10c)}$$

ただし，$\hat{\lambda}_{i,l}$，$\hat{\rho}_{i,l}$，$P_l(N_i = k_i)$は時間インターバルlでの内性変数

- 決定変数x_lを与えると$\mu_{i,l}$が決定し，$3n$変数の連立方程式を解くことで内性変数が求まる．
- 有限容量の待ち行列ネットワークでは，1つの定常状態が存在することがわかっている（well-defined）．

Transient queueing model

渋滞確率の時間変化を扱った既往研究

- Morse. 1958
  - 一つのM/M/1/k 待ち行列（到着：ポアソン分布，サービス：指数分布，窓口数：１）
  - 到着率λ，サービス率μ，利用率$\rho = \lambda/\mu$
  - 時刻tにおける待ち行列の長さmの分布は，

$$P(N = m, t) = P(N = m) + \cdots + \rho^{\frac{m}{2}} \sum_{s=1}^{k} C_s \left[\sin\left(\frac{sm\pi}{k+1}\right) - \sqrt{\rho} \sin\left(\frac{s(m+1)\pi}{k+1}\right) \right] e^{-\omega_s t} \quad (11a)$$

$$\omega_s = \lambda + \mu - 2\sqrt{\lambda\mu} \cos\left(\frac{s\pi}{k+1}\right) \quad (11b)$$

ただし，

- $1/\omega_s$は緩和時間
- C_sは初期分布により定まる定数

→$k+1$個の連立方程式を解く必要

→ネットワーク容量に比例するモデルの複雑さ

- Cohen. 1982, Odoni & Roth. 1983
  - 無限容量の待ち行列での緩和時間$\tilde{\tau}$
    - M/M/1 $\tilde{\tau} = 1/(\mu(1-\sqrt{\rho})^2)$
    - G/G/1 $\tilde{\tau} = 2/(2.8\mu(1-\sqrt{\rho})^2)$ (13)
  - サービス率が小さくなる or 利用率が高くなると緩和時間が増加

渋滞確率の時間変化の近似

式(11),(13)をもとに渋滞確率を近似する.

$$P_l(N_i = k_i, t) = P_l(N_i = k_i) + \left(P_l(N_i = k_i, t_l) - P_l(N_i = k_i)\right)e^{-\frac{t}{\tau_{i,l}}} \quad (14a)$$

$$\tau_{i,l} = \frac{c\,\hat{\rho}_{i,l}k_i}{\hat{\lambda}_{i,l}\left(1 - \sqrt{\hat{\rho}_{i,l}}\right)^2} \quad (14b)$$

- ただし，cはスケールパラメータでシミュレーション結果をもとにフィッティングされる.
- $\hat{\rho}_{i,l} \in (0,1)$なら渋滞確率は定常モデルのものと一致する.

- 式(10)により，$\hat{\lambda}_{i,l}, \hat{\rho}_{i,l}$にネットワーク構造の情報が含まれる.
- $N_i = k_i$の確率のみで定式化されているので，待ち行列の数に比例する複雑さ（待ち行列の容量ではない）

解析的モデルのまとめ

- メタモデルm_k
  - (5) f_A, ϕ, β_k
- 定常モデル→待ち行列間の相互作用を捉える
  - (10) $\hat{\lambda}_{i,l}$, $\hat{\rho}_{i,l}, P_l(N_i = k_i)$
- 渋滞確率の時間変化
  - (14) $P_l(N_i = k_i, t)$

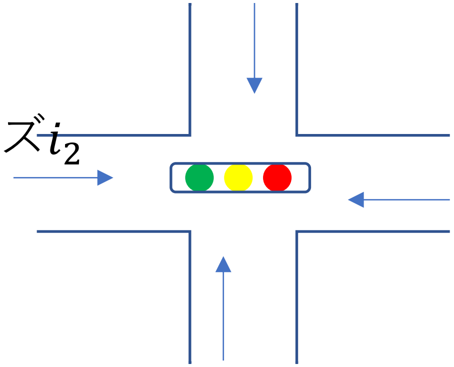
計算手順

1. 外性変数$\gamma_i, k_i, p_{ij}, \mu_i$を定義する.
2. 時間インターバル$t_1, \cdots, t_L$を定義する.
3. 初期条件$P_1(N_i = k_i, t_1)$を与える.
4. $l = 1, \cdots, L$について以下を繰り返す.
   a. (10)を解き，$\hat{\lambda}_{i,l}$, $\hat{\rho}_{i,l}, P_l(N_i = k_i)$を求める.
   b. (14)により，$t = t_{l+1}$での渋滞確率を求め，次の時間インターバルの初期値とする.

$3nL$変数の連立方程式であり，大規模ネットワークに適用可能

最適化問題の定義（詳細）

- 信号周期における青信号の割合を決定変数とする.
  - b_i：交差点iで青信号として利用可能な時間の割合
  - x_l：青信号割合のベクトル
  - $x_l(j)$：フェーズjでの青信号割合
  - x_{LB}：青信号割合の下限ベクトル
  - ℓ：交差点の添字集合
  - $\wp_I(i)$：交差点iのフェーズの添字集合



- 最適化問題

$$\min_{x_1,\cdots,x_L} f(x,z;p) = \frac{1}{L}\sum_{l} E[F_l(x_l,z_l;p)] \qquad (15)$$

$$s.t. \sum_{j\in\wp_I(i)} x_l(j) = b_i \text{ for all } i \in \ell, l \in \mathfrak{L} \qquad (16)$$

$$x_l \geq x_{LB} \text{ for all } l \in \mathfrak{L} \qquad (17)$$

解析的モデルによる目的関数の近似

Littleの法則（待ち時間=N/λ）より，

$$f_{A,l} = \frac{\sum_i E_l[N_i]}{\frac{1}{t_{l+1}-t_l}\int_{t_l}^{t_{l+1}} \sum_i \gamma_i \big(1 - P_l(N_i = k_i, t)\big)\, dt} \quad (18)$$

- 分子は，ネットワーク内の車両総数の期待値
- 分母は，時間インターバルlでの外部からの有効到着率

- 分子

M/M/1/k 待ち行列では，利用率ρとして，$E[N] = \rho(\frac{1}{1-\rho} - \frac{(k+1)\rho^k}{1-\rho^{k+1}})$ (Osorio and Chong. 2015)

$$\rightarrow E_l[N_i] = \rho_{i,l}(\frac{1}{1-\rho_{i,l}} - \frac{(k_i+1){\rho_{i,l}}^{k_i}}{1-{\rho_{i,l}}^{k_i+1}}) \quad (20)$$

有効利用率と利用率の関係は，

$$\rho_{i,l} = \hat{\rho}_{i,l} / \left[\frac{1}{t_{l+1}-t_l}\int_{t_l}^{t_{l+1}} \big(1 - P_l(N_i = k_i, t)\big) dt\right] \quad (21)$$

分母内の積分は，

$$A_{i,l} = \int_{t_l}^{t_{l+1}} \big(1 - P_l(N_i = k_i, t)\big) dt = \int_{t_l}^{t_{l+1}} \Big(1 - P_l(N_i = k_i) - \big(P_l(N_i = k_i, t_l) - P_l(N_i = k_i)\big) e^{-\frac{t}{\tau_{i,l}}}\Big)\, dt$$

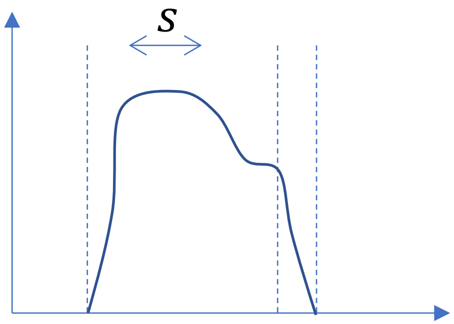
$$= (t_{l+1} - t_l)\big(1 - P_l(N_i = k_i)\big) + \tau_{i,l}\big(P_l(N_i = k_i, t_l) - P_l(N_i = k_i)\big)\big(e^{-\frac{t_{l+1}}{\tau_{i,l}}} - e^{-\frac{t_l}{\tau_{i,l}}}\big) \quad (25)$$

- 分母
  - $\frac{1}{t_{l+1}-t_l}\int_{t_l}^{t_{l+1}} \sum_i \gamma_i \big(1 - P_l(N_i = k_i, t)\big)\, dt = \frac{1}{t_{l+1}-t_l}\sum_i \gamma_i A_{i,l}$

(18)は(20),(21),(25)より求められる． $f_{A,l}$は待ち行列の数に比例する複雑度.

最適化問題の実装

- 決定変数
  - $x_l = x_{LB} + v_l^2$
  サービス率を以下のように定める.
  - $\mu_{i.l} = \left(e_i + \sum_{j\in\wp_I(i)} x_l(j)\right)s$
    ただし,
    - e_i：交差点iで固定の青信号割合
    - s：全交差点共通の飽和交通流率

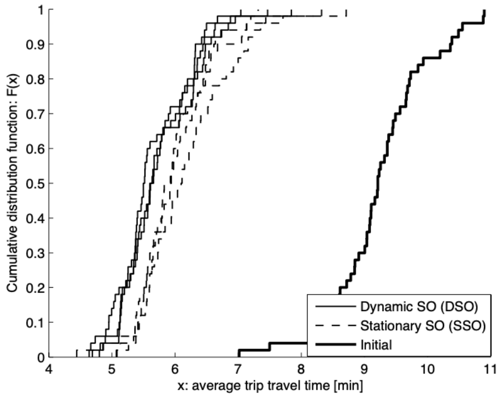


- 扱いやすさのため，ケーススタディでは，$\hat{\lambda}_{i,l}$も外性変数とする（決定変数に影響されない）
  ←一般的な信号現示をx_lに代入して(30)を解き，(10)によって，$\hat{\lambda}_{i,l}$を求解
- o個の交差点にr個のフェーズがあるとすると,
  - $(2n + r)L$個の内性変数 $(\hat{\rho}_{i,l}, P_l(N_i = k_i), v_l)$
  - $(2n + o)L$個の非線形等式制約 (10b),(10c),(16)
  - 1個の信頼領域制約（メタモデルの近似が成り立つ領域の制約）

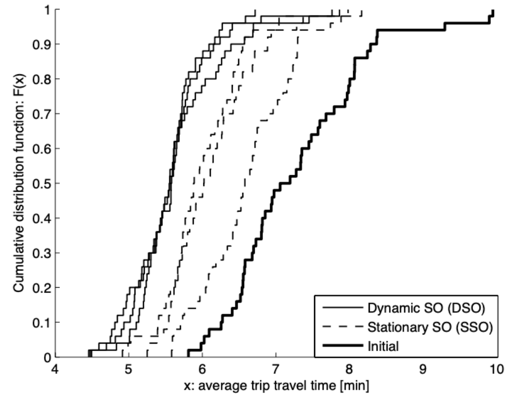
ケーススタディの概要

- ローザンヌ（スイス）
  - シミュレーションは，　Dumont and Bert. 2006
  - 603リンク（902車線），　231交差点（うち17交差点, 99フェーズでの信号現示を最適化）
  - 夕方ピークの5-6pm（渋滞が拡大していく時間帯）
  - L=2（i.e., 5:00-5:30と5:30-6:00)
- メタモデル
  - 内性変数：$(2\times902+99)\times2=3806$
  - 制約条件：$(2\times902+17)\times2+1=3643$
- テスト
  - 4種類の初期値x_0から100回のシミュレーションにより最適化→各手法ごとに3回ずつ最適化
  - 提案された3つの信号現示で50回シミュレーションし，平均トリップ時間を比較

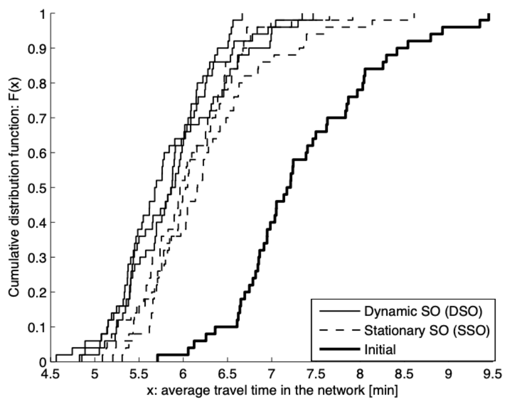
Dynamic SO vs Stationary SO (Osorio and Chong. 2015)



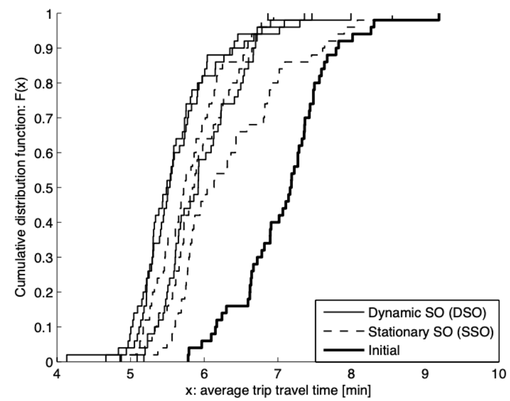
(a) Initial point 1



(b) Initial point 2



(c) Initial point 3

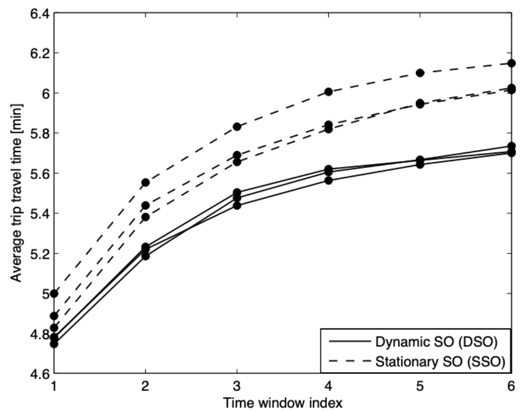


(d) Initial point 4

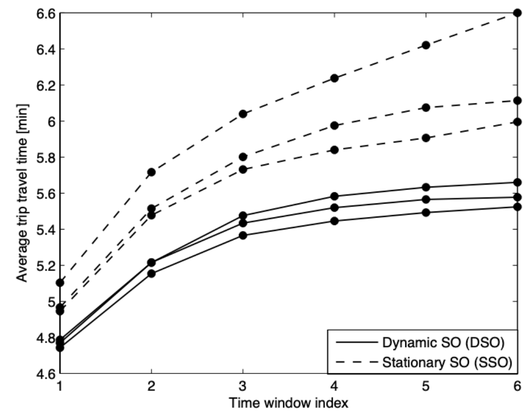
50回の試行(seedは共通)における平均トリップ時間の累積確率分布

- ほとんどの場合で，DSOはSSOよりも良い結果.
- DSOとSSOでそれぞれ3つの平均をとり，片側交差検定すると，有意水準95%でDSOが優れている.

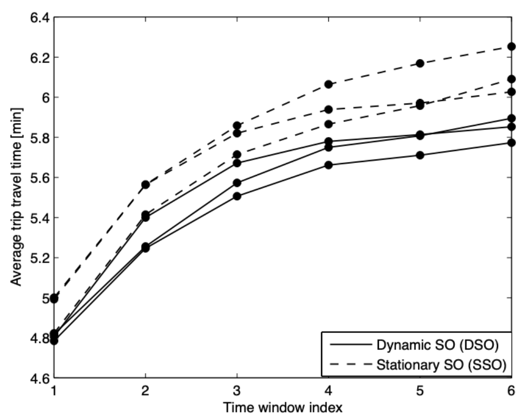
渋滞拡大時の性能



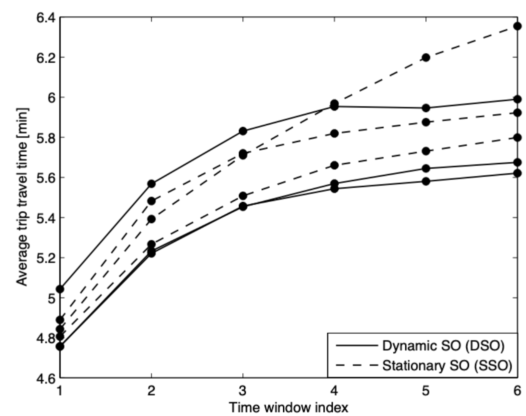
(a) Initial point 1



(b) Initial point 2



(c) Initial point 3



(d) Initial point 4

平均トリップ時間の時間変化（index1から，5:00-5:10,5:00-5:20,...,5:00-6:00）

- 各ウィンドウで片側交差検定すると，初期値(a),(b),(c)ではDSOがSSOよりも優れている．初期値(d)では，最初20分はDSOがSSOよりも優れているとは言えない．
- 混雑が拡大するほどDSOの性能が良い傾向．

計算コスト

計算コストが高いのは

- サンプリング点のシミュレーション：平均1.2分（標準偏差0.2分）
- 最適化問題の求解：平均5.5分（標準偏差3.6分）

- オフラインでの評価は可能な計算コスト
- 一方で，リアルタイムの評価にはさらなる高速化が必要

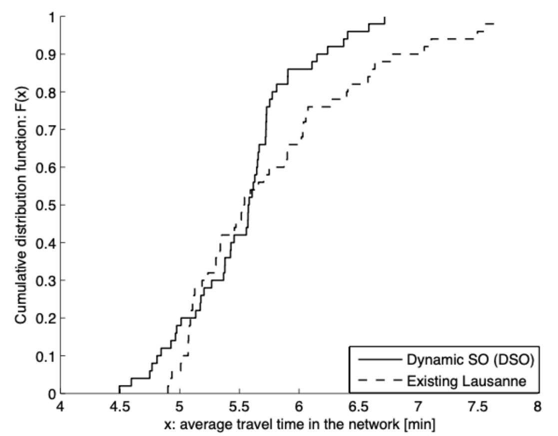
→現状Matlabの最適化関数を使っているが，より問題に特化したソルバを使えば，速くなる可能性．

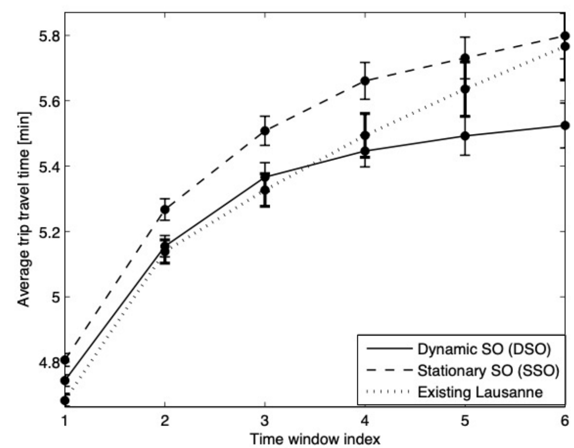
- ただ，最終的にはシミュレーションの実行時間がボトルネックになる．

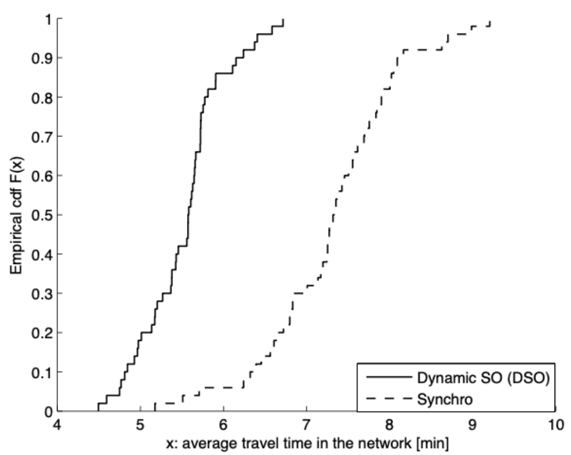
既存手法，商用ソフトとの比較

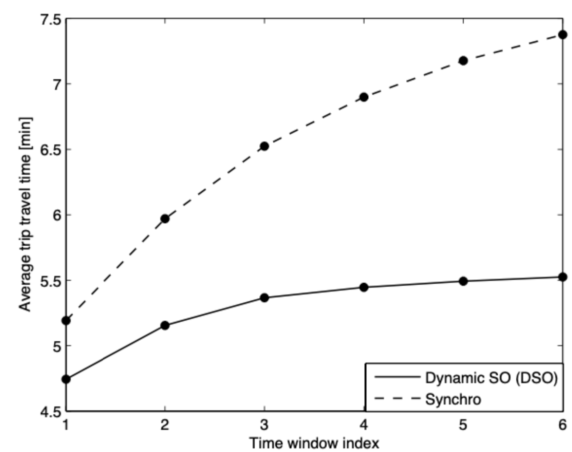
DSOの12ケースの提案信号現示のうち最良のものと比較

- 商用ソフト Synchro (Trafficware. 2011)：巨視的・決定論的モデル









- DSOは既存手法，Synchroのいずれよりも良い性能を示した．
- 渋滞拡大時には目的関数の評価のばらつきが大きくなるが，比較的安定した性能を示している．

結論

- 新しいtransient network modelを埋め込んだメタモデルにより，動的最適化問題を効率的に解く方法を提案した.
- Lausanneのケーススタディにより，SSO，既存手法，商用ソフトのいずれと比べても，多くの場合でDSOが良い性能を示すことを示した.

今後は，

- メタモデルのサンプリング戦略，ランキング・選択戦略の改良
- 交通応答のある最適化問題への拡張
- 旅行時間，エネルギー消費量など，制約条件がシミュレーションによって決まる場合に，効率的に解の実現可能性を評価するための手法の開発
- 離散SOへの拡張（シェアリングへの適用など）

参考文献

- Chong, Linsen, and Carolina Osorio. "A simulation-based optimization algorithm for dynamic large-scale urban transportation problems." Transportation Science 52.3 (2018): 637-656.
- Osorio, C, M Bierlaire. 2013. A simulation-based optimization framework for urban transportation problems. Operations Research 61(6) 1333–1345.
- Osorio, C, L Chong. 2015. A computationally efficient simulation-based optimization algorithm for large-scale urban transportation problems. Transportation Science 49(3) 623–636.
- Bocharov, P, C D'Apice, A Pechinkin, S Salerno. 2004. Queueing theory, chap. 3. Modern Proba- bility and Statistics, Brill Academic Publishers, Zeist, The Netherlands, 96–98.
- Morse, P. 1958. Queues, inventories and maintenance; the analysis of operational systems with variable demand and supply. Wiley, New York, USA.
- Cohen, J W. 1982. The single server queue, chap. III.6. Applied mathematics and mechanics, North-Holland Publishing Company, The Netherlands.
- Odoni, A, E Roth. 1983. An empirical investigation of the transient behavior of stationary queueing systems. Operations Research 31(3) 432–455.
- Little, J. 1961. A proof for the queuing formula: L= λ W. Operations Research 9(3) 383–387.
- Dumont, A, E Bert. 2006. Simulation de l'agglom ´eration Lausannoise SIMLO. Technical report, Laboratoire des voies de circulation, ENAC, Ecole Polytechnique F ´ed ´erale de Lausanne.
- Trafficware. 2011. Synchro Studio 8 User Guide. Trafficware, Sugar Land, TX.