

2022.8.6

理論談話会#16 -合宿編-

15:50-16:50 @鳳明館 & オンライン

## **A spatial Difference-in-Differences estimator to evaluate the effect of change in public mass transit systems on house prices**

---

Dubé, J., Legros, D., Thériault, M., & Des Rosiers, F. (2014).  
*Transportation Research Part B: Methodological*, 64, 24-40.

M1 増橋 佳菜

# Abstract

- **Hedonic pricing model (HPM)**は公共交通機関が不動産価格に与える**影響の評価**に応用される
- 潜在的な**空間変数**を考慮できていない→影響を**過大評価**しているのでは? → **DID推定量**
- 価格方程式における従属変数の**空間自己相関**を考慮できない
- **空間的なスピルオーバー効果 (=空間自己相関)**を考慮した**空間差分 (SDID) 推定量**を提案
- その際、観測値間の空間的つながりを考慮した**重み行列の開発**に重点を置いている
- SDID推定量の実証的なアプリケーションの提示により、通常のDID推定量に対する利点を確認
- SDID推定量は、空間自己回帰パラメータの振幅に大きく依存するが、**限界効果 = 直接効果 + 間接効果**に分離可能に

# 論文の構成

## 1. Introduction

## 2. The hedonic pricing model ... 通常のHedonic Pricing model(=HPM)のレビューと拡張

## 3. The Difference-in-Differences (DID) estimators

### 3-1. The a-spatial DID ... DID推定量

### 3-2. The spatial DID (SDID) ... DID推定量の空間的なケースへの拡張と利点の提示

## 4. Building spatio-temporal weights matrices

... SAR(=空間)-HPMとS(=空間)DIDモデルの時空間重み行列の構築に関する一般的な議論

## 5. An empirical example ... 実証例でDIDとSDIDを比較@モントリオール(カナダ)

### 5-1. Changes in mass transit services ... 新規にCRT(通勤電車)を導入

### 5-2. House transaction data ... 住宅取引データ (繰返し取引多数)

### 5-3. Estimation approach ... 定式化

### 5-4. Comparing DID and SDID results ... DIDとSDISの推定結果を比較する

### 5-5. Discussion ... 考察

## 6. Conclusion

理論

実証

# 論文の構成

## 1. Introduction

2. The hedonic pricing model ... 通常のHedonic Pricing model(=HPM)のレビューと拡張

3. The Difference-in-Differences (DID) estimators

3-1. The a-spatial DID ... DID推定量

3-2. The spatial DID (SDID) ... DID推定量の空間的なケースへの拡張と利点の提示

4. Building spatio-temporal weights matrices

... SAR(=空間)-HPMとS(=空間)DIDモデルの時空間重み行列の構築に関する一般的な議論

5. An empirical example ... 実証例でDIDとSDIDを比較@モントリオール(カナダ)

5-1. Changes in mass transit services ... 新規にCRT(通勤電車)を導入

5-2. House transaction data ... 住宅取引データ (繰返し取引多数)

5-3. Estimation approach ... 定式化

5-4. Comparing DID and SDID results ... DIDとSDISの推定結果を比較する

5-5. Discussion ... 考察

6. Conclusion

理論

実証

# 公共交通機関と不動産価格の関係

## ■ 背景

公共交通機関 (PMT: public mass transit) の利便性 (≒近接性) ↔ 支払意思額 (WPT: willingness to pay) のモデル化への重要性の高まり

### ● WPTの評価方法

#### SPアプローチ (一般的)

仮定の状況の下で表明された選好意思表示 (SP: Stated Preferences) による  
✕ 市場行動との不一致の可能性

#### RPアプローチ

実際に明らかにされた選択結果 (RP: Revealed Preference) による  
✕ データの収集が困難な場合が多い

## ■ hedonic pricing model (HPM) の応用

PMTへの近接性が住宅価格 (≒ WPT) に与える影響の評価にRPアプローチを実施できる好例

↑ ○ 不動産価格はデータ収集が簡単

### ● 応用例:

一戸建て住宅価格・多世帯住宅価格・アパート家賃・オフィス家賃・工場・空き地価格...  
へのPMTシステムの近接性の影響を評価する研究たくさん

# 問題意識と目的

## ■ 問題意識

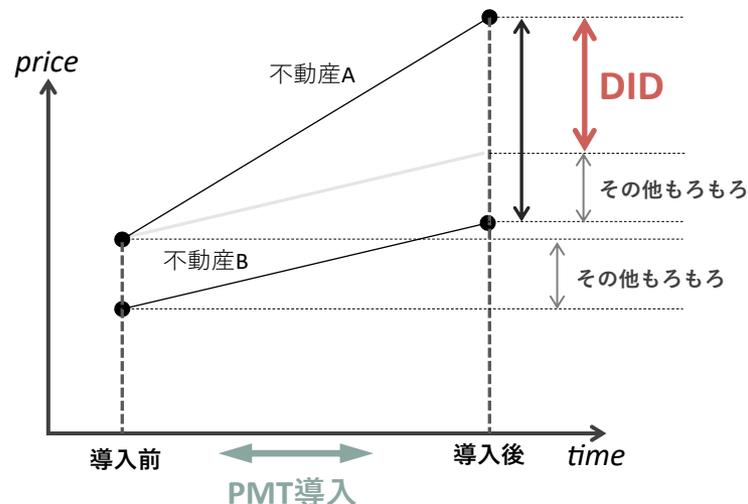
PMTの近接性と相関のある、価格決定プロセスに影響を与える**空間変数**が考慮されない場合  
→ モデル推定にバイアスが生じる可能性 (**過大評価?!**) → PMT導入を分離するための**DID推定量**

- 独立変数と相関のない欠落変数を扱い  
空間自己相関を生み出す

× **空間的自己相関**が従属変数上の**自己回帰過程**によって  
持つ生成される場合の記述は不可能

**空間自己回帰モデル(SAR)** > 空間誤差モデル(SEM)

↑限界効果  
= 直接効果+間接効果 (空間的スピルオーバー) に分離



DIDの考え方--- その他もろもろ戦法

## ■ 目的

従属変数の**空間的自己回帰過程**の記述を可能にする**空間差分推定量 (SDID)** を開発する

# 論文の構成

## 1. Introduction

## 2. The hedonic pricing model ... 通常のHedonic Pricing model(=HPM)のレビューと拡張

## 3. The Difference-in-Differences (DID) estimators

3-1. The a-spatial DID ... DID推定量

3-2. The spatial DID (SDID) ... DID推定量の空間的なケースへの拡張と利点の提示

## 4. Building spatio-temporal weights matrices

... SAR(=空間)-HPMとS(=空間)DIDモデルの時空間重み行列の構築に関する一般的な議論

## 5. An empirical example ... 実証例でDIDとSDIDを比較@モントリオール(カナダ)

5-1. Changes in mass transit services ... 新規にCRT(通勤電車)を導入

5-2. House transaction data ... 住宅取引データ (繰返し取引多数)

5-3. Estimation approach ... 定式化

5-4. Comparing DID and SDID results ... DIDとSDISの推定結果を比較する

5-5. Discussion ... 考察

## 6. Conclusion

理論

実証

# 2. The hedonic pricing model: HPM

## ■ Hedonic理論 (Rosen;1974)

価格はその様々な**外在的・内在的属性の関数**として表すことができ、ある特定の特性に関する係数はその**hedonic price (暗黙の価格)**を表すとするもの。

## ■ hedonic pricing model: HPM

時間 $t$ に販売された複合財 $i$ の販売価格 $y_{it}$ を $t$ と $i$ の関数として、

$\beta$  : Hedonic Price

価格方程式  $y_{it} = l\alpha + D_{it}\delta + X_{it}\beta + \epsilon_{it} \quad (\forall i = 1, 2, \dots, N_T)$

$\delta$ : 販売価格の時間変化に関連

$N_T \times 1$   $N_T \times 1$   $N_T \times (T-1)$   $(T-1) \times 1$   $N_T \times K$   $K \times 1$   $N_T \times 1$  ※  $K$ : 独立変数の数

行列 $X_{it}$ : 連続値(年齢/居住地域etc.)と二値変数(住宅属性の有無etc.)を含む

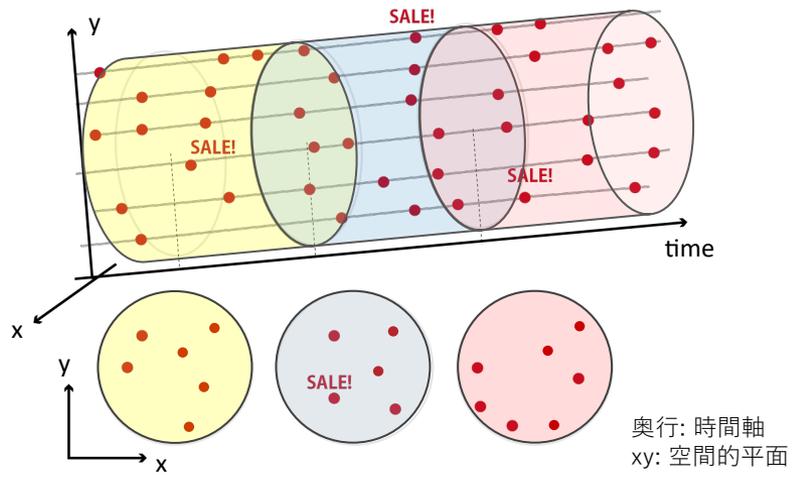
ダミー時間変数群 $D_{it}$ : 各時期におけるサンプルの構成の違い・時間的な不均質を制御する時間固有効果

定数項 $l$ : ベクトルの定数項

## ■ 取引データベースの特徴

- ・ 時間の経過とともにプールされた**断面データ**
- ・ 住宅販売の繰り返し→**ランダムに発生するイベント**
- ・ 合計観測数

$$N_T = \sum_{t=1}^T N_t \quad (N_t: \text{1つの期間}t\text{における観測数})$$



# 2. The hedonic pricing model: HPM

## ■ 独立変数の影響を分離

- ・ 価格方程式を対象の独立変数に関して偏微分  $\frac{\partial y_{it}}{\partial X_{kit}} = \beta_k$   
 =与えられた独立変数の変化が従属変数に与える影響を取り出す

a-spatial ↑↑↑

## ■ 空間自己回帰(SAR)-HPM

- ・ 価格決定における説明できない分散の一部→**空間的な要素**に関係している
- ・ **空間的自己相関**をコントロールするため、  
 価格決定過程における**空間スピルオーバー効果の可能性**を考慮=**SAR- HPM**を考える (一般的)

SAR-HPM 価格方程式  $y_{it} = W y_{it} \rho + \lambda \alpha + D_{it} \delta + X_{it} \beta + \epsilon_{it} \quad (\forall i = 1, 2, \dots, N_T)$

《参考》 HPM 価格方程式  $y_{it} = \lambda \alpha + D_{it} \delta + X_{it} \beta + \epsilon_{it} \quad (\forall i = 1, 2, \dots, N_T)$

### ★ 空間重み行列: $W$

- ・  $N_T \times N_T$ の空間重み行列
  - ・ 全てのものは互いに関係しているが、**近いもの程より関係している** (地理学の第一法則)
- $W y_{it}$ : 近傍で販売された住宅の平均価格

$\rho$ : **スピルオーバー効果**を表すスカラー  
 =近隣での価格決定が**現在の価格決定**に対していかに影響を与えるか

# 2. The hedonic pricing model: HPM

## ■ 定常均衡

- ・ SAR-HPM価格方程式を対象の独立変数に関して偏微分 →  $\frac{\partial y_{it}}{\partial x_{kit}} = (I - W\rho)^{-1} I\beta_k$   
※  $I$ は $N_T \times N_T$ の恒等行列
- ・ 空間乗数 $(I - W\rho)^{-1}$ は以下の無限展開が可能

$$V(W) = (I - W\rho)^{-1} = I + W\rho + W^2\rho^2 + W^3\rho^3 + \dots$$

- ・ 観測値総数 $N_T$ が大 →  $(I - W\rho)^{-1}$  を直接計算するのは非効率 → **近似値** ( $W$ の冪乗に基づく)

## ■ 3つの限界効果

- $\bar{M}_{direct} = N_T^{-1} trace(V(W)I\beta_k)$  : **直接的限界効果** = 行列  $V(W)$ の主対角線上に現れる要素の平均
- $\bar{M}_{total} = N_T^{-1} l' V(W)I\beta_k l$  : **総限界効果**  $\neq \beta_k$  = 行列  $V(W)$ の行間の合計(ある観測の総影響)
- $\bar{M}_{indirect} = \bar{M}_{total} - \bar{M}_{direct}$  : **間接的限界効果**

※ 行列 $W$ が標準化されている場合の簡略表記

- ◆ 独立変数が対数変換によって導入されているとき ----  $\bar{M}_{total} = (I - \rho)^{-1}\beta_k$
- ◆ 独立変数がダミー変数や非変換変数によって導入されているとき ----  $\bar{M}_{total} = e^{(I-\rho)^{-1}\beta_k}$

# 2. The hedonic pricing model: HPM

## ■ SAR-HPM が重宝される理由

### 係数 $\rho$ (スピルオーバー効果) の解釈がしやすい

a-spatial HPM の場合...

- $\rho = 0$  (有意ではない) の場合 **のみ** → 住宅価格に対する限界効果として解釈可能
- $\rho \neq 0$  (有意) の場合 → 通常のOLSで推定された係数にバイアスが生じる → 推定値無効 → 検定不能

▶ SAR-HPM 価格方程式 
$$y_{it} = W y_{it} \rho + l\alpha + D_{it}\delta + X_{it}\beta + \epsilon_{it} \quad (\forall i = 1, 2, \dots, N_T)$$

▶ 《参考》 HPM 価格方程式 
$$y_{it} = l\alpha + D_{it}\delta + X_{it}\beta + \epsilon_{it} \quad (\forall i = 1, 2, \dots, N_T)$$

空間的自己相関 あり！

# 論文の構成

## 1. Introduction

## 2. The hedonic pricing model ... 通常のHedonic Pricing model(=HPM)のレビューと拡張

## 3. The Difference-in-Differences (DID) estimators

### 3-1. The a-spatial DID ... DID推定量

### 3-2. The spatial DID (SDID) ... DID推定量の空間的なケースへの拡張と利点の提示

## 4. Building spatio-temporal weights matrices

... SAR(=空間)-HPMとS(=空間)DIDモデルの時空間重み行列の構築に関する一般的な議論

## 5. An empirical example ... 実証例でDIDとSDIDを比較@モントリオール(カナダ)

### 5-1. Changes in mass transit services ... 新規にCRT(通勤電車)を導入

### 5-2. House transaction data ... 住宅取引データ (繰返し取引多数)

### 5-3. Estimation approach ... 定式化

### 5-4. Comparing DID and SDID results ... DIDとSDISの推定結果を比較する

### 5-5. Discussion ... 考察

## 6. Conclusion

理論

実証

# 3. The Difference-in-Differences (DID) estimators

## ■ HPMの難しさとDID推定

空間的自己相関を明示的に考慮しても、価格決定プロセスに影響を与える重要な変数が全て考慮されている確認することは現実的にはほぼ不可能！

$$\text{SAR-HPM 価格方程式} \quad y_{it} = \mathbf{W}y_{it}\rho + \alpha + \mathbf{D}_{it}\delta + \mathbf{X}_{it}\beta + \epsilon_{it} \quad (\forall_i = 1, 2, \dots, N_T)$$

### → 差分推定 DID (その他もろもろ戦法)

= 時間とともに変化する「空間の利便性」の影響を評価するための効率的な時空間的枠組み (そもそも...PMTへの近接性 (= 「空間の利便性」) が住宅価格 (≡ WPT) に与える影響の評価)

POINT !!!!!

公的な決定 = 外生的 ... 準実験的 (randomな介入)

→ 介入あり/なしである時点tを境に変数の水準の差を比較

## ■ DID推定の利点

- 時間的に一定な重要な変数の省略
- 誤差項間に残る空間的自己相関が独立変数と相関しない場合、制御可能
- HPMでの不動産進化の一般的な価格指数の開発 = RS (:Repeat Sales) (=random)の拡張

# 3. The Difference-in-Differences (DID) estimators

## ■ HPMにおけるDID推定の3つの仮定

① 選好を反映する係数が**時間的に一定**である = 「普遍的な価値観の変化」はない

- ×世の中の人々が「バス停近い」ことに急に魅力を感じるようになった
- ×駅ちかだとしても特に利便性を感じなくなった

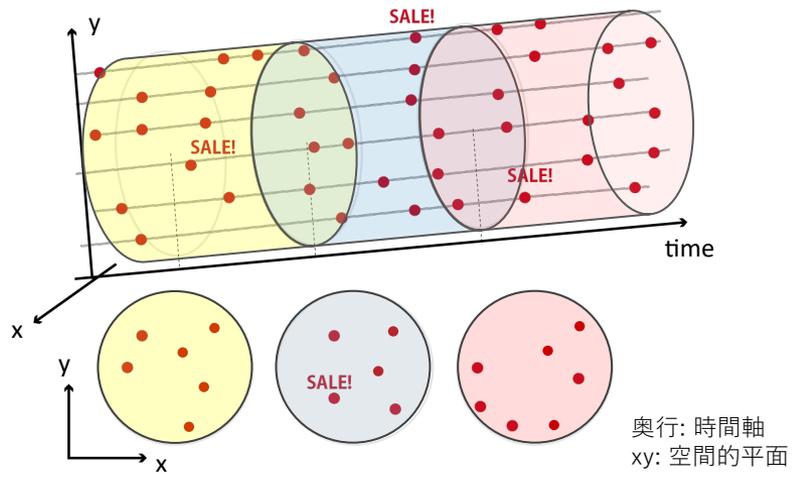
② 利便性の変化の可能性を具体的に示す情報がない限り、**時間と共に一定** = PMT以外では一定

- ×外生的な交通網整備以外での利便性UP

③ 時間の経過とともに複数回売却が行われたとしても、その**観測頻度はあくまでランダムなプロセス**に従っている

= その不動産が頻繁に転売されるような特定の特徴に起因するものではない

- ×転売されまくる特異な物件がある
- ※ 不動産ストックを代表したサンプル



# 3. The Difference-in-Differences (DID) estimators ----- a-spatial DID

## ■ a-spatial DID

HPM 価格方程式

$$y_{ir} = \alpha + D_{ir}\delta + X_{ir}\beta + \epsilon_{ir} \quad (\forall i = 1, 2, \dots, N_T)$$

$$y_{is} = \alpha + D_{is}\delta + X_{is}\beta + \epsilon_{is} \quad (\forall i = 1, 2, \dots, N_T)$$



$$y_{ir} - y_{is} = (\alpha - \alpha) + (D_{ir}\delta - D_{is}\delta) + (X_{ir}\beta - X_{is}\beta) + (\epsilon_{ir} - \epsilon_{is}) \quad (\forall i = 1, 2, \dots, n_T)$$

Hence:

$$\Delta y_{irs} = \Delta D_{irs}\delta + \Delta X_{irs}\beta + \Delta \epsilon_{irs} \quad (\forall i = 1, 2, \dots, n_T, K^* \leq K) \quad \text{※ 定数項がない}$$

$n_T \times 1$     $n_T \times (T-1)$     $(T-1) \times 1$     $n_T \times K^*$     $K^* \times 1$     $n_T \times 1$

添字

s: 1回目の住宅売却 (販売) --- sale  
 r: 2回目の住宅売却 (再販) --- repeat

合計観測数

$$n_T = \sum_{t=1}^T n_t \quad (n_T \leq N_T)$$

$\Delta y_{irs}$  : 売却と再販の間の住宅価格の伸びの近似値  
 $\beta$  : 独立変数の変化が住宅価格の上昇に与える影響

## ■ 独立変数の影響を分離

・ 価格方程式を対象の独立変数に関して偏微分  $\frac{\partial \Delta y_{irs}}{\partial \Delta X_{k^*irs}} = \beta_{k^*}$   
 =与えられた独立変数の変化が従属変数に与える影響を取り出す

# 3. The Difference-in-Differences (DID) estimators ----- a-spatial DID

## ■ a-spatial DID におけるパラメータβの意味

解釈1 ある利便性が住宅価格決定過程に与えるHedonic（暗黙）の価格を測定する

解釈2 ある利便性が住宅価格の上昇に与える影響を測定する

## ■ 空間的自己相関がある場合 pp.8（とpp.10）参照

2章の復習：HPMのデータ生成プロセスで空間的自己相関あり→推定係数にバイアス！！

▶ SAR-HPM 価格方程式 
$$y_{it} = W y_{it} \rho + \alpha + D_{it} \delta + X_{it} \beta + \epsilon_{it} \quad (\forall i = 1, 2, \dots, N_T)$$

▶ 《参考》 HPM 価格方程式 
$$y_{it} = \alpha + D_{it} \delta + X_{it} \beta + \epsilon_{it} \quad (\forall i = 1, 2, \dots, N_T)$$

空間的自己相関あり！

## ■ この論文の目的

従属変数の空間的自己回帰過程の記述を可能にする空間差分推定量 (SDID) を開発する

DID推定量βをSARの形に拡張 = 空間的自己相関を明示的に扱う！

# 3. The Difference-in-Differences (DID) estimators----- SDID

## ■ SDID推定量

SAR-HPMの価格方程式

$$pp.14と同じ手順。ただし、\mathbf{y}_{it} = \mathbf{W}\mathbf{y}_{it}\rho + l\alpha + \mathbf{D}_{it}\delta + \mathbf{X}_{it}\beta + \epsilon_{it} \quad (\forall i = 1, 2, \dots, N_T)$$



$$\Delta\mathbf{y}_{irs} = \underbrace{\mathbf{W}\Delta\mathbf{y}_{irs}\rho}_{\textcircled{1}} + \underbrace{\Delta\mathbf{D}_{irs}\delta}_{\textcircled{2}} + \underbrace{\Delta\mathbf{X}_{irs}\beta}_{\textcircled{3}} + \Delta\epsilon_{irs} \quad (\forall i = 1, 2, \dots, n_T, K^* \leq K)$$

- ① 近隣の住宅の売却価格の平均伸びの関数
- ② 売却が行われた期間
- ③ 売却から再販までの間のその不動産の利便性等（連続変数と二値変数）の変化

$\mathbf{W}\Delta\mathbf{y}_{irs}\rho$  : 近隣で販売された住宅の価格の平均成長率

→住宅価格の伸びに対する近隣の住宅の販売価格の平均成長率の影響を捉える

再掲

$\beta$  : Hedonic Price

$\delta$  : 販売価格の時間変化に関連

★ 空間重み行列:  $\mathbf{W}$  →  $\mathbf{W}\mathbf{y}_{it}$ : 近傍で販売された住宅の平均価格

$\rho$ : スピルオーバー効果を表すスカラー=近隣での価格決定が現在の価格決定に対していかに影響を与えるか

行列 $\mathbf{X}_{it}$ : 連続値(年齢/居住地域etc.)と二値変数(住宅属性の有無etc.)を含む

ダミー時間変数群 $\mathbf{D}_{it}$ : 各時期におけるサンプルの構成の違い・時間的な不均質を制御する時間固有效果

### 3. The Difference-in-Differences (DID) estimators----- SDID

#### ■ SDID推定法の利点

- 従属変数の空間的自己相関を適切にコントロール
- 独立変数と相関のない潜在的な定数空間変数を省略 (相殺)
- 不動産の利便性に対する外生的変化の影響を分離

#### ■ 3つの限界効果

- $\bar{M}_{direct} = N_T^{-1} \text{trace}(V(\mathbf{W})\mathbf{I}\beta_k)$  : 直接的限界効果 = 行列  $V(\mathbf{W})$  の主対角線上に現れる要素の平均
- $\bar{M}_{total} = N_T^{-1} l' V(\mathbf{W})\mathbf{I}\beta_k l$  : 総限界効果  $\neq \beta_k$  = 行列  $V(\mathbf{W})$  の行間の合計(ある観測の総影響)
- $\bar{M}_{indirect} = \bar{M}_{total} - \bar{M}_{direct}$  : 間接的限界効果

#### ■ SDIDがDIDより優れている点

- i. 空間スピルオーバー効果が有意か否かに頼らず  $\rho$  を通して有意な空間スピルオーバー効果の存在を明示的に検定可能 (=DIDの一般化)
- ii. 有意である場合、 $\rho$  を通して空間スピルオーバー効果を考慮した限界効果をより詳細に分解して解釈可能

----- 適切な重み行列  $\mathbf{W}$  をいかに構築するか? -----

# 論文の構成

## 1. Introduction

2. The hedonic pricing model ... 通常のHedonic Pricing model(=HPM)のレビューと拡張

## 3. The Difference-in-Differences (DID) estimators

3-1. The a-spatial DID ... DID推定量

3-2. The spatial DID (SDID) ... DID推定量の空間的なケースへの拡張と利点の提示

## 4. Building spatio-temporal weights matrices

... SAR(=空間)-HPMとS(=空間)DIDモデルの**時空間重み行列の構築**に関する一般的な議論

## 5. An empirical example ... 実証例でDIDとSDIDを比較@モントリオール(カナダ)

5-1. Changes in mass transit services ... 新規にCRT(通勤電車)を導入

5-2. House transaction data ... 住宅取引データ (繰返し取引多数)

5-3. Estimation approach ... 定式化

5-4. Comparing DID and SDID results ... DIDとSDISの推定結果を比較する

5-5. Discussion ... 考察

## 6. Conclusion

理論

実証

# 4. Building spatio-temporal weights matrices

## ■ 方針1：時空間重み行列を構築するステップ

### Step1. 下ごしらえ

販売時間順に時系列にデータを整列させ、各時間帯に時間的価値を割り当てる  
 = 最も新しいものが最も高い価値を受け取る → **空間行列の分解を可能にする**

### Step2. 空間重み行列の構築

時間期間  $t$  で収集された観測  $i$  と時間期間  $r$  で観測された別の観測  $j$  を分離し、観測間の **空間関係を構築** する

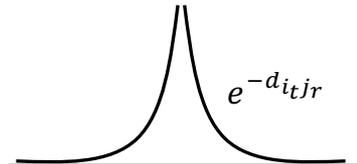
地理的距離

$$d_{itjr} = \sqrt{(X_{it} - X_{jr})^2 + (Y_{it} - Y_{jr})^2}$$

空間上の座標  $(X_{it}, Y_{it}), (X_{jr}, Y_{jr})$

空間関係

$$w_{itjr} = \begin{cases} e^{-d_{itjr}} & \forall t, r \\ 0 & \forall i = j \end{cases}$$



→ 時間的關係に関係ない、空間的關係を表現する重み行列  $W$

$$W = \begin{pmatrix} 0 & w_{12} & \cdots & w_{1n_1} & \cdots & w_{1n_t} & \cdots & w_{1n_T} \\ w_{21} & 0 & \cdots & w_{2n_1} & \cdots & w_{2n_t} & \cdots & w_{2n_T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n_1 1} & w_{n_1 2} & \cdots & 0 & \cdots & w_{n_1 n_t} & \cdots & w_{n_1 n_T} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n_t 1} & w_{n_t 2} & \cdots & w_{n_t n_1} & \cdots & 0 & \cdots & w_{n_t n_T} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n_T 1} & w_{n_T 2} & \cdots & w_{n_T n_1} & \cdots & w_{n_T n_t} & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

差をとる  
 ※ SDIDの場合と SAR-HPMの場合の次元

SAR-HPM :  $N_T \times N_T$   
 SDID :  $n_T \times n_T$

# 4. Building spatio-temporal weights matrices

## ■方針1：時空間重み行列を構築するステップ

### Step3. 時間的制約の導入

**※時間的な制約条件：**  
将来のものが過去に影響を与えることはできない= $t > r$ の場合観測 $j_r$ についていかなる影響も与えない

同じ時間帯に発生する空間的に多方向の関係を分離 → 一般重み行列を分解

$r = t$ の場合（観測時間区間が同じ）のみ $i_t$ と $j_r$ の間に成立することを確認するため、ブロック対角表現を用いる  
→ 観測が異なるために、**空間関係が時間的に同じではない場合**に空間的關係を表現する重み行列 $W$

$$W = \begin{pmatrix} W_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W_{22} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & W_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & W_{TT} \end{pmatrix}$$

※ SDIDの場合と SAR-HPMの場合の次元  
SAR-HPM :  $N_T \times N_T$   
SDID :  $n_T \times n_T$

# 4. Building spatio-temporal weights matrices

## ■方針2：より一般的な記述

時間的制約をネットワーク構造として捉える

$r > t$ の場合、 $i_t$  と  $j_r$  の間の可能なリンクをカウント  
 $r < t$ の場合、 $i_t$  と  $j_r$  の間の関係は不可能

→ 下三角形の行列

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix}
 \mathbf{W}_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 \kappa_1 \mathbf{W}_{21} & \mathbf{W}_{22} & 0 & \cdots & 0 \\
 \kappa_2 \mathbf{W}_{31} & \kappa_1 \mathbf{W}_{32} & \mathbf{W}_{33} & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \kappa_{T-1} \mathbf{W}_{T1} & \kappa_{T-2} \mathbf{W}_{T2} & \kappa_{T-3} \mathbf{W}_{T3} & \cdots & \mathbf{W}_{TT}
 \end{pmatrix}$$

※ SDIDの場合と SAR-HPMの場合の次元

SAR-HPM :  $N_t \times N_{t-p}$

SDID :  $n_t \times n_{t-p}$

- 一般的な行列  $\mathbf{W}_{t(t-p)}$  : 時間  $t-p$  の観測  $i$  と 時間  $t$  の観測  $j$  の間の **空間的な繋がり** を合成したもの
- スカラー :  $\kappa_p = \frac{1}{t - (t-p)} = \frac{1}{p}$  = 2つの観測値  $i$  と  $j$  の間の **時間的な距離** を表す

# 4. Building spatio-temporal weights matrices

## ■ Step.3までのまとめ

### 方針1: ブロック対角行列

$$W = \begin{pmatrix} W_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W_{22} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & W_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & W_{TT} \end{pmatrix}$$

### 方針2: 下三角行列

$$W = \begin{pmatrix} W_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \kappa_1 W_{21} & W_{22} & 0 & \dots & 0 \\ \kappa_2 W_{31} & \kappa_1 W_{32} & W_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \kappa_{T-1} W_{T1} & \kappa_{T-2} W_{T2} & \kappa_{T-3} W_{T3} & \dots & W_{TT} \end{pmatrix}$$

- ✓ 方針2は時間制約のもとで一方向性の空間関係だけでなく、**同じ時間帯の観察間**の多方向性の空間関係も考慮
- ✓ 方針2は多方向の中での一方向性をどう分離するかが難しい
- ✓ 厳密に**多方向の空間効果を分離したい**場合には、方針1のほうが良いかも
- ✓ 空間的に**局在した動的効果**を捉えるためには、方針2を使用することが可能かも

## ■ Step.4 行列の行標準化

→ 与えられた期間に発生する空間的関係を捉え、空間スピルオーバー効果の過大評価の可能性を排除

(→ **最尤推定法**または**2段階最小二乗法 (2SLS)** または**一般化モーメント法 (GMM)** などにより推定)

# 論文の構成

## 1. Introduction

2. The hedonic pricing model ... 通常のHedonic Pricing model(=HPM)のレビューと拡張

3. The Difference-in-Differences (DID) estimators

3-1. The a-spatial DID ... DID推定量

3-2. The spatial DID (SDID) ... DID推定量の空間的なケースへの拡張と利点の提示

4. Building spatio-temporal weights matrices

... SAR(=空間)-HPMとS(=空間)DIDモデルの時空間重み行列の構築に関する一般的な議論

5. An empirical example ... 実証例でDIDとSDIDを比較@モントリオール(カナダ)

5-1. Changes in mass transit services ... 新規にCRT(通勤電車)を導入

5-2. House transaction data ... 住宅取引データ (繰返し取引多数)

5-3. Estimation approach ... 定式化

5-4. Comparing DID and SDID results ... DIDとSDISの推定結果を比較する

5-5. Discussion ... 考察

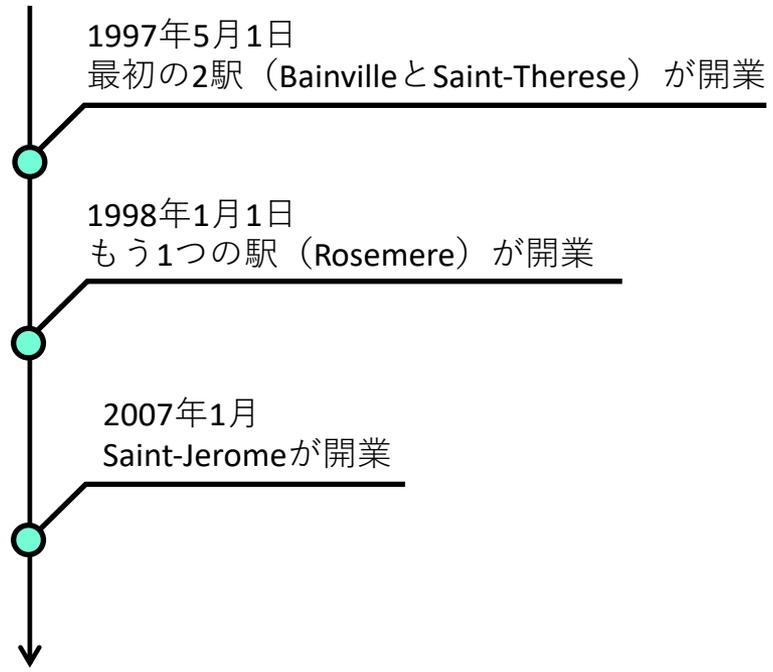
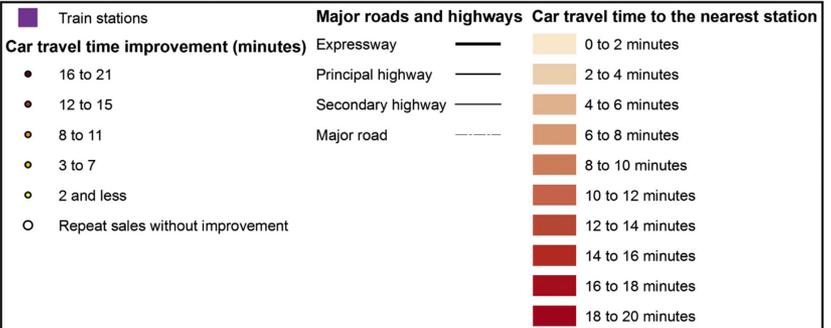
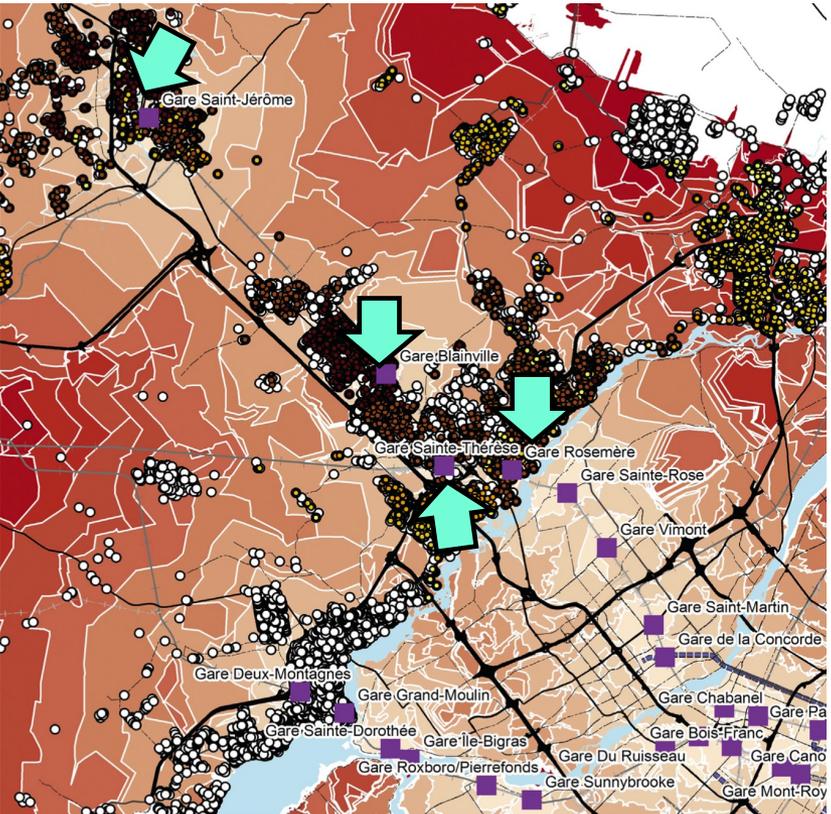
6. Conclusion

理論

実証

# 5. An empirical example

## ■ 大量輸送サービスCRTの変遷 @カナダモントリオール



- 北部線は現在モントリオールの地下鉄網と4つの駅で接続
- 10便中4便がモントリオールのダウンタウンに到着
- 夕方の混雑はPMTを利用するインセンティブ
- パークアンドライドを促進
- CRT来訪のほとんどが自動車ですべての駅にアクセス

# 5. An empirical example

## ■ 使用した住宅取引データ

**Table 3**  
Total number of pairs of house transactions given the total number of transactions.

Transactions	Number	Mean sale price (CAD dollars)	Mean resale price (CAD dollars)
All	27,311	\$120,933	\$164,480
2	20,800	\$116,945	\$161,181
3	5271	\$130,788	\$173,750
4	1076	\$144,038	\$179,556
5	145	\$158,698	\$186,374
6	16	\$158,000	\$184,531
7 or more	3	\$147,333	\$173,833

繰返し取引多数

※ 初期の時期に反復販売が発生することは稀なので、初期のいくつかの観測を除外して推定

**Table 4**  
Number of transactions experiencing changes in environmental amenities.

Environmental amenities	Mean	Min.	Max.	N
Within 0 to 500 m walking distance	0.0011	0	1	31
Within 500 to 1000 m walking distance	0.0040	0	1	109
Within 1000 to 1500 m walking distance	0.0093	0	1	255
Automobile distance (in minutes)	-10.4765	-21	-1	4019

} 395

Min.: minimum, Max.: maximum., N: number.

- CRTの駅への歩行者アクセスが変化する住宅はほとんどない
- 最初の販売から2回目の販売(再販)までの間にCRT新サービスにアクセスできるようになった住宅は395軒のみ

# 5. An empirical example

## ■ DIDとSDIDの推定

SDIDのアプローチの可能性を示すため、(9)から得られる**通常の最小二乗法 (OLS)**に基づく結果と、(12)に対する**最尤法 (ML)**に基づく結果を比較する

$$y_{ir} - y_{is} = (\alpha - \alpha) + (D_{ir}\delta - D_{is}\delta) + (X_{ir}\beta - X_{is}\beta) + (\epsilon_{ir} - \epsilon_{is}) \dots(9)$$

$$y_{ir} - y_{is} = (\alpha - \alpha) + (W y_{ir}\rho - W y_{is}\rho) + (D_{ir}\delta - D_{is}\delta) + (X_{ir}\beta - X_{is}\beta) + (\epsilon_{ir} - \epsilon_{is}) \dots(12)$$

### ● 重み行列Wの設定

方針1: ブロック対角行列

$$W = \begin{pmatrix} W_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W_{22} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & W_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & W_{TT} \end{pmatrix}$$

= 住宅価格の上昇が、**同時期**の近傍の他の住宅の価格上昇に影響されるというモデル設定

## ■ 推定結果の比較

DID推定の代わりにSDID推定を用いても、推定上の効果はなかった

# 5. An empirical example

## ■ 空間スピルオーバー効果 $\rho$ の有意性

Table 8 (continued)

Variables	DID Eq. (9)		SDID Eq. (12)	
	$\beta$	t-stat	$\beta$	t-stat
Transfer	-0.0185	-4.46	-0.0195	-4.72
Car time distance	-0.0006	-2.89	-0.0006	-2.70
Walking distances				
0-500 m	0.0482	2.10	0.0490	2.13
500-1000 m	0.0224	1.80	0.0225	1.81
1000-1500 m	0.0354	4.21	0.0362	4.33
$\rho$	n.a.	n.a.	0.0500	25.16
$N$	27,294		27,294	
$R^2$	0.7810		0.7818	
$\bar{R}^2$	0.7804		0.7813	

しっかり有意！



モデルのデータ生成過程

$$\Delta y_{irs} = (I - W\rho)^{-1}(\Delta D_{irs}\delta + \Delta X_{irs}\beta + \Delta Z_{irs}\theta + \Delta \epsilon_{irs})$$

※  $\rho$ 有意ではない場合→DIDとSDID両者の限界効果総和は一致する

DID推定の場合、推定バイアス発生 → 過大評価！！

## ■ SDID推定量の優位性を議論する基準

- 空間的自己回帰係数 $\rho$ が大きい→DIDを用いた場合、バイアスが大きくなる (総限界効果及び間接限界効果の算出に影響)
- そもそも $\rho$ が有意→空間的自己相関があり、空間的構造を取り込みきれていない

# 論文の構成

## 1. Introduction

## 2. The hedonic pricing model ... 通常のHedonic Pricing model(=HPM)のレビューと拡張

## 3. The Difference-in-Differences (DID) estimators

### 3-1. The a-spatial DID ... DID推定量

### 3-2. The spatial DID (SDID) ... DID推定量の空間的なケースへの拡張と利点の提示

## 4. Building spatio-temporal weights matrices

... SAR(=空間)-HPMとS(=空間)DIDモデルの時空間重み行列の構築に関する一般的な議論

## 5. An empirical example ... 実証例でDIDとSDIDを比較@モントリオール(カナダ)

### 5-1. Changes in mass transit services ... 新規にCRT(通勤電車)を導入

### 5-2. House transaction data ... 住宅取引データ (繰返し取引多数)

### 5-3. Estimation approach ... 定式化

### 5-4. Comparing DID and SDID results ... DIDとSDISの推定結果を比較する

### 5-5. Discussion ... 考察

## 6. Conclusion

理論

実証

# 6. Conclusion

## ■ 研究の成果

- 不動産の**空間的**位置とデータベースの**時間的**次元の両方を考慮した**空間差分 (SDID) 推定量**を提案
- 実証的推定により、OLSによるDIDアプローチと異なる効果推定結果をもたらすことを示した
- SDID推定法では限界効果の合計を**直接効果・総合効果・間接効果**に分解可能
- SDID推定法は**空間自己回帰係数** $\rho$ が有意に大きい場合に特に重要
- 単純なt検定を用いて、従属変数に関連する空間自己相関の有無について**検定する便利な方法**とも

## ■ 今後の展望

- SDID推定法は空間的な多方向スピルオーバー効果のみに基づく
  - ↔ **過去の成長が現在の成長に影響を与える**等の二次的な空間効果の可能性を考慮していない
  - 空間効果を現在の空間効果と過去の（=動的な）空間効果に**分解**すれば発展可能