

A quasi-equilibrium approach for market clearing in land use microsimulations

Hurtubia, R., Martinez, F. J., & Bierlaire, M. (2019)

Environment and Planning B: Urban Analytics and City Science, 46(3), 445-468

2022年8月6日

M1 加藤諒

土地利用モデル

- 立地選択マイクロシミュレーションのMarket Clearing (市場清算、需給の一致)の手法の提案(準均衡アプローチ)
- オークション理論とランダム効用モデルに基づく
- Agentは t 期において、 $t-1$ 期の市場の情報をもとに入札価格を設定
→これにより需給の均衡に近づく(準均衡quasi-equilibrium)
→不動点問題や均衡問題を解く必要がないので大規模なマイクロシミュレーションの実行が可能

ブリュッセル(2001-2008)の実データで検証

- 提案手法(quasi-equilibrium(準均衡)の入札調整)の場合、実データに近い予測が得られる

1. Introduction
2. 需給一致 (Market clearing) に関する仮定
3. 定式化 (quasi-equilibrium approach)
4. ブリュッセルにおけるCase Study

- 都市の不動産市場を扱う土地利用モデルは以下の3つの次元に基づいて分類できる:
 - Agent処理の集約レベル、空間的集約レベル、市場表現の程度
- 土地利用のモデル化のアプローチの最も大きな違いは、Market Clearing (需要と供給の一致)の扱い:
 - **均衡モデル:**
需要と供給をミクロ経済の理論に基づき直接解く(伝統的な手法)
→多くの非現実的な仮定
(すべてのAgentは即時的かつ同時に場所に割り当てられる、総需要と総供給量は完全に一致する)
 - **動的不均衡モデル:**
時間を変数として扱う(t期のアウトプットがt+1期のインプットに)
→より現実的(本研究はこちら、マイクロシミュレーション/ABM)

- 特定の土地に対する最高入札額が価格を決定
(入札-競売アプローチ(Ellickson, 1981; Martinez, 1992))
→最高入札額の期待値を求めれば良いので計算コスト小
- 準均衡アプローチ(=均衡を直接解かない)
→個々の世帯は観測できる市場の状況($t-1$ 期)に基づき入札価格を調整
→徐々に均衡に近づく
- 市場価格の算出に供給や需要のグループ化(カテゴリ化)が不要
(\leftrightarrow 均衡モデル)

立地選択モデル: 土地とAgent(世帯)のマッチング

① 均衡モデルにおけるMarket Clearing

- 全てのAgentの効用最大化のための均衡価格の決定
→ Agentは土地に出来るだけ少ない額を支払おうと調整する
(1つも落札できない場合: 最初の1か所を落札するまで少しずつ入札額を上げる)
→ 不動点問題を解く(計算コスト大)

$$\sum_i S_i P(h|i, B_{hi}(z_i)) = H_h \quad \forall h \quad (\text{需要と合計と供給の合計は一致})$$

② 動的不均衡モデル(dynamic disequilibrium)

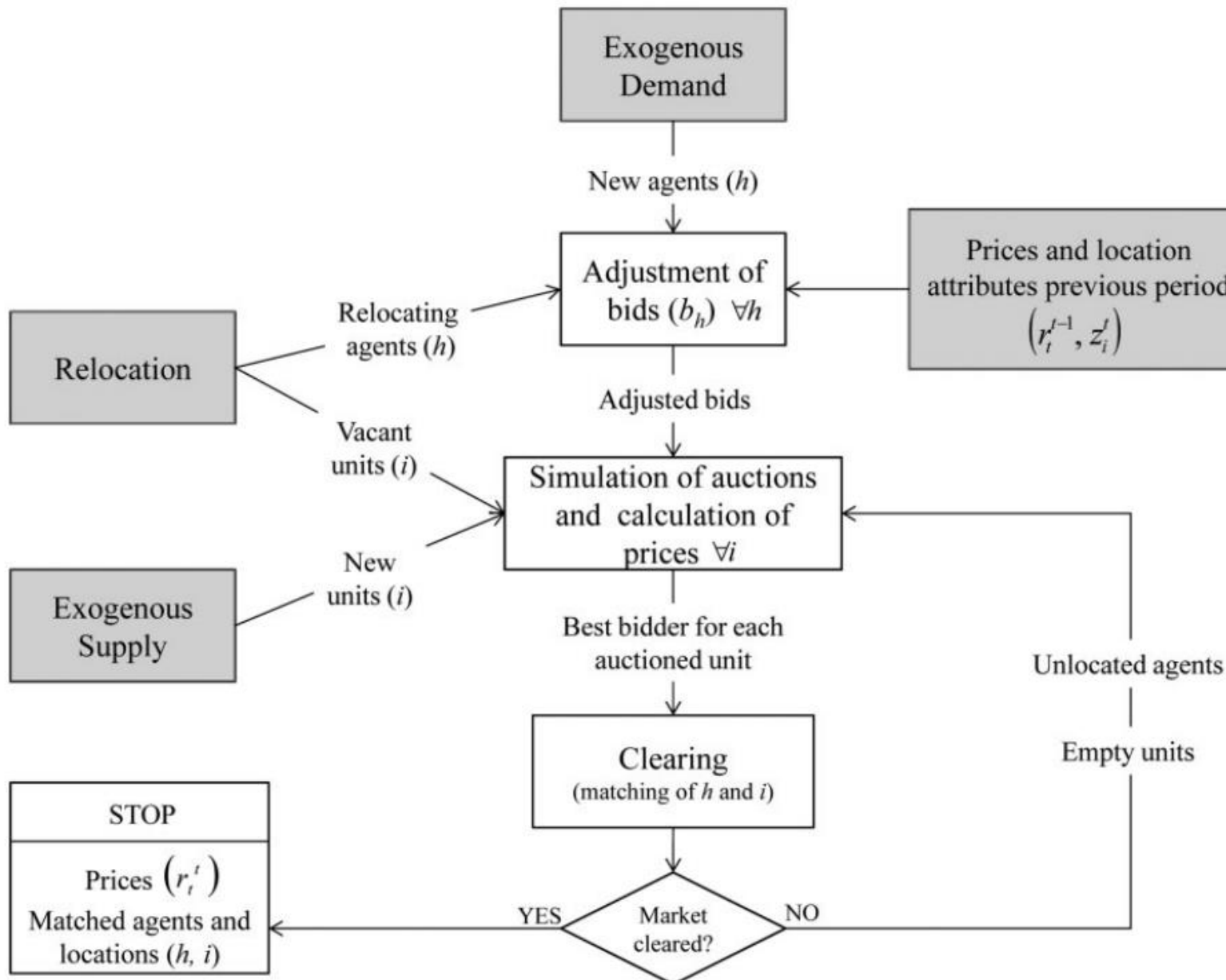
- t-1期のアウトプットをもとにt期の意思決定を行う
(各期の中で部分的に均衡問題を解くモデルも多い)
→ ただし、各期の様々なデータの調整が必要

ミクロシミュレーション・Agentベースシミュレーションはふつう後者のアプローチをとる

提案モデルはAgentの相互作用を表すために均衡を解くのではなく、以下の仮定において非集計的な調整を行う

- Agent間の相互作用は離散的な期間の枠組み内で行われる
- Agentは他のAgentの支払意思額はわからない
(1期前の価格から推測し入札)
- 各期間の供給は独立に決定(必ずしも需要を満たさない)
- すべてのアクティブなAgent(土地を探しているAgent)はすべての立地の入札者となる
- オークションは同時に行われ、最高入札者がその場所を手に入れる
(=土地価格は最大入札額)
- 複数の土地を落札した場合、消費者余剰が最大となる場所を選択
→「選択されなかった土地」と「落札できなかったAgent」でこれを繰り返しどちらかが0になったらt期は終了(前頁の①の式で表されるような古典的Market Clearingの近似)

提案モデルの全体イメージ(前頁の内容の図式化)



- 需要・供給は外生的に与えられる
- Agentは他のAgentの支払意思額はわからない(1期前の価格から推測(Adjustment)し入札)
- オークションは同時に行われ、最高入札者がその場所を手に入れる(=土地価格は最大入札額)
- 複数の土地を落札した場合、消費者余剰が最大となる場所を選択
→これを繰り返し土地 / Agent いずれかが0になったらt期は終了

※グレーの箱は外生的に与えられる値

- 観測できない世帯ごとの選好を踏まえた支払意思額 \widetilde{B}_{hi} (Ellickson, 1981)

$$\widetilde{B}_{hi} = B_h(z_i) + \varepsilon_h = B_{hi} + \varepsilon_h$$

$B_h(z_i)$: 世帯 h の土地 i の属性 z_i による支払意思額
 ε_h : ランダム誤差項

- 誤差項がガンベル分布 or 極値分布に従う時、世帯 h の土地 i に対する落札確率 $P(h|i)$ は、

$$P(h|i) = \frac{\exp(\mu B_{hi})}{\sum_{g \in H} \exp(\mu B_{gi})}$$

H : 入札に参加する世帯の母集団

- オークション市場の仮定のもとで、土地 i の価格 r_i は $= E\left(\max_h(B_{hi})\right)$ であるが、極値分布の仮定の下では、
 (Ben-Akiva & Lerman, 1985)

$$r_i = \frac{1}{\mu} \ln \left(\sum_{g \in H} \exp(\mu B_{gi}) \right) + \frac{\gamma}{\mu}$$

γ : オイラ一定数

- これにより、 $P(h|i)$ は以下のように書き換えられる、

$$P(h|i) = \exp(\mu(B_{hi} - r_i))$$

B_{hi} : 世帯 h の土地 i に対する支払意思額
 r_i : 土地 i の価格

- ここで、 t 期の世帯 h の土地 i に対する支払意思額 B_{hi}^t を以下のようにして2つの要素に分解する

$$B_{hi}^t = b_h^t + b_{hi}(z_i^{t-1}, \beta)$$

b_h^t : 調整成分
 $b_{hi}(z_i, \beta)$: 土地 i の属性 z_i による部分 (hednic part)
 β : パラメータ

- ※ b_{hi} の部分について、土地の属性が変わらない限りは不変と仮定する(世帯の選好は不変)
- ※調整成分 b_h^t は、Agent(h)が観測できる情報による調整(e.g., 落札できる可能性など)

落札できる可能性は前頁で以下のようにあらわされていた(簡単のためスケールパラメータ μ は以後1とする)

$$P(h|i) = \exp(\mu(B_{hi} - r_i))$$

- Agentが観測できるのは1期前の価格 r_i^{t-1} なので、世帯 h が認識する t 期の土地 i の落札確率 $q^t(h|i)$ は、

$$q^t(h|i) = \exp(B_{hi}^t - r_i^{t-1})$$

B_{hi}^t : 世帯 h の t 期の土地 i に対する支払意思額
 r_i^{t-1} : $t-1$ 期の土地 i の価格

提案モデル 定式化

- （前頁より）世帯 h が認識する t 期の土地 i の落札確率

$$q^t(h|i) = \exp(B_{hi}^t - r_i^{t-1})$$

B_{hi}^t : 世帯 h の t 期の土地 i に対する支払意思額
 r_i^{t-1} : $t-1$ 期の土地 i の価格

- どこでもいから世帯 h が土地を手にする(と認識する)確率

$$\sum_{i \in S^t} q^t(h|i) = \sum_{i \in S^t} \exp(b_h^t + b_{hi}(z_i^{t-1}, \beta) - r_i^{t-1})$$

S^t : t 期の土地の供給

b_h^t : 調整成分
 $b_{hi}(z_i, \beta)$: 土地 i の属性 z_i による部分 (hednic part)
 β : パラメータ

- 世帯 h は、これを1にしたい(ホームレスになりたくない)

$$\sum_{i \in S^t} \exp(b_h^t + b_{hi}(z_i^{t-1}, \beta) - r_i^{t-1}) = 1$$

- ここから、観測できない成分である b_h^t を導くと、

$$b_h^t = -\ln \left(\sum_{i \in S^t} \exp(b_{hi}(z_i^{t-1}, \beta) - r_i^{t-1}) \right)$$

直感的には、これは、各世帯が観測可能な情報から適切な入札額を調整するための項と考えられる
 (過剰な価格を提示しちゃうのも嫌だし、ホームレスになるのも嫌)

p11より

$$b_h^t = -\ln\left(\sum_{i \in S^t} \exp(b_{hi}(z_i^{t-1}, \beta) - r_i^{t-1})\right)$$

b_h^t : 調整成分
 $b_{hi}(z_i, \beta)$: 土地*i*の属性 z_i による部分 (hednic part)
 β : パラメータ
 r_i^{t-1} : t-1期の土地*i*の価格

均衡モデルと同じ条件を表しているようにも見えるが、右辺がt-1期であるのがポイント。
 t期内でこの値は変化しないから、「準均衡」とよぶ(計算コスト小)



認識できるt-1期の情報をもとに、この b_h^t を各Agentが計算したあとに、オークションが生じると考える。
 つまり、世帯hが土地iを落札できる**実際の**確率は、

p9より

$$P(h|i) = \frac{\exp(\mu B_{hi})}{\sum_{g \in H} \exp(\mu B_{gi})}$$



$$P^t(h|i) = \frac{\exp(b_h^t + b_{hi}(z_i^{t-1}, \beta))}{\sum_{g \in H^t} \exp(b_g^t + b_{gi}(z_i^{t-1}, \beta))}$$

H : 入札に参加する世帯の母集団

p11より

$$b_h^t = -\ln\left(\sum_{i \in S^t} \exp(b_{hi}(z_i^{t-1}, \beta) - r_i^{t-1})\right)$$

b_h^t : 調整成分
 $b_{hi}(z_i, \beta)$: 土地*i*の属性 z_i による部分 (hednic part)
 β : パラメータ
 r_i^{t-1} : t-1期の土地*i*の価格



同様に、上記を踏まえた土地の価格 r_i^t は、

p9より

$$r_i = \frac{1}{\mu} \ln\left(\sum_{g \in H} \exp(\mu B_{gi})\right) + \frac{\gamma}{\mu}$$

$$\Rightarrow r_i^t = \ln\left(\sum_{g \in \bar{H}^t} \exp(B_{gi}(z_i^{t-1})) + \sum_{h \in H^t} \exp(b_h^t + b_{hi}(z_i^{t-1}))\right)$$

\bar{H} : 居住済の世帯の集合
 (既に落札した世帯)

H : 入札に参加する世帯の母集団

※ln内の第1項は売主の希望価格を表す
 (t期で既に落札した世帯のみでオークションを行ったときに達成されうる潜在的な価格)

→この項の考慮により、入札者が減っていても、潜在的な入札者(落札済みの世帯)にも依存した土地の価格となることで、価格決定が安定する

(立地決定の過程の違いに結果が依存しにくくなる, reduce path dependency)

あるAgentが複数の土地を落札しうる場合、消費者余剰 CS_{hi}^t が最大の土地を選択

$$CS_{hi}^t = B_{hi}^t - r_i^t \quad (\text{支払意志額} - \text{実際の価格})$$

→ 未定の土地とAgentでここまでのプロセスを繰り返す

$$b_h^t = -\ln\left(\sum_{i \in S^t} \exp(b_{hi}(z_i^{t-1}, \beta) - r_i^{t-1})\right)$$

b_h^t : 調整成分

$b_{hi}(z_i, \beta)$: 土地 i の属性 z_i による部分 (hednic part)

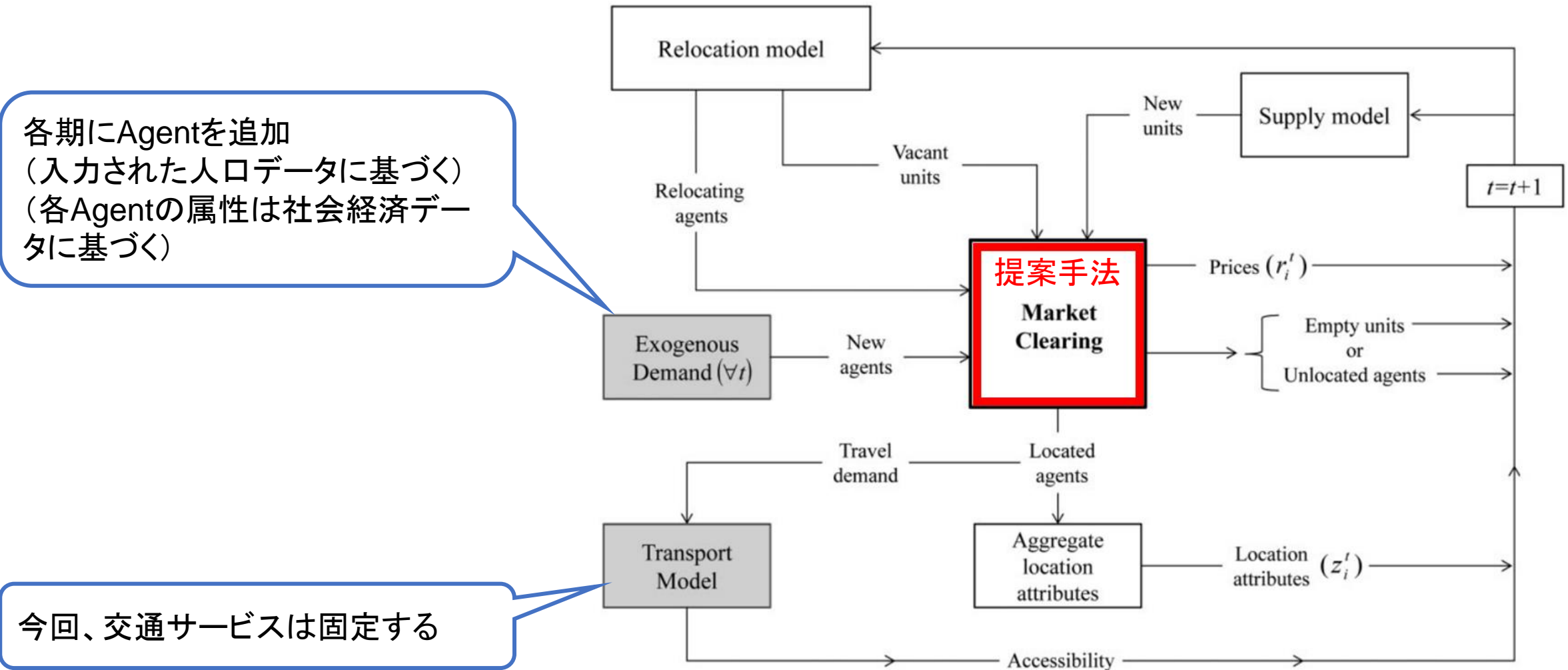
β : パラメータ

r_i^{t-1} : t-1期の土地 i の価格

この調整により、

- ある場所 i での最高入札者は、その特定の場所で高い効用を得られる者である可能性が高くなる
- 世帯の戦略的振る舞いを表現できる

Random Utility Simulator of Household-Location and Urban Dynamics (RUSH-LoUD)という既存手法にここまでの需給一致(Market Clearing)の考え方を組み込み、住宅市場におけるCase Studyを行う



p11より

$$b_h^t = -\ln\left(\sum_{i \in S^t} \exp(b_{hi}(z_i^{t-1}, \beta) - r_i^{t-1})\right)$$

 b_h^t : 調整成分

 $b_{hi}(z_i, \beta)$: 土地*i*の属性 z_i による部分 (hednic part)

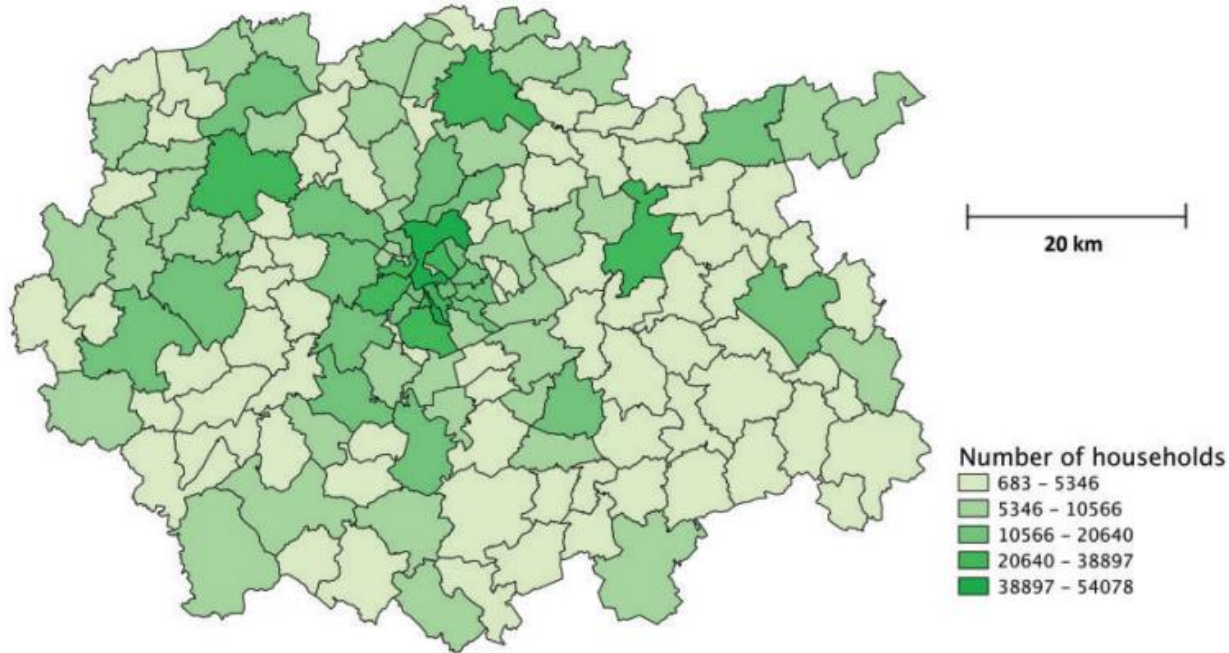
 β : パラメータ

 r_i^{t-1} : t-1期の土地*i*の価格

パラメータ β を統計データをもとに最尤推定 (n=1346)

| Parameter | location/Spatial attribute | × | household (hh) attribute | Estimate | T test |
|-----------------------------|---|---|--|----------|------------------|
| ASC ₂ | – | | income 2 constant | –0.171 | –2.07 |
| ASC ₃ | – | | income 3 constant | –0.461 | –4.1 |
| ASC ₄ | – | | income 4 constant | 2.05 | 5.47 |
| ASC ₅ | – | | income 5 constant | 2.19 | 5.68 |
| β_{house} | dummy for houses (types 1, 2 or 3) | × | dummy hh_size _h > 2 and inc _h > 2 | –0.128 | –2.7 |
| $\beta_{\text{apartment}}$ | dummy for apartment (type 4) | × | dummy hh_size _h > 2 and inc _h > 2 | –0.702 | –3.88 |
| β_{surface} | avg surface of dwelling <i>v</i> in zone <i>i</i> | × | logarithm of hh_size _h | 0.002 | 2.6 |
| $\beta_{\text{high-inc}}$ | % of hh's of income 4 and 5 in <i>c</i> | × | dummy for income inc _h > 2 | 3.97 | 3.21 |
| $\beta_{\text{low-inc}}$ | % of hh's of income 1 and 2 in <i>c</i> | × | dummy for income inc _h > 3 | –3.94 | –5.62 |
| $\beta_{\text{education}}$ | density of education jobs in <i>c</i> | × | dummy for univ _h > 0 | 0.356 | 2.8 |
| β_{industry} | % of industry jobs in commune <i>c</i> | × | dummy for inc _h > 3 | –0.562 | –2.25 |
| β_{service} | % of service jobs in zone <i>i</i> | × | dummy for workers _h > 0 | 0.046 | 2.31 |
| β_{shopping} | density of retail jobs in zone <i>i</i> | × | dummy for income inc _h > 2 | 0.040 | 2.24 |
| β_{pubtrans} | public transport acces _i | × | dummy for cars _h = 0 | 0.257 | 2.72 |
| $\beta_{\text{pubtrans2}}$ | public transport acces _i | × | dummy for cars _h > 1 | –0.249 | –2.46 |
| $\beta_{\text{car-access}}$ | car accessibility in zone <i>i</i> (MATSim) | × | dummy for cars _h > 0 | 0.007 | 1.9 ^a |

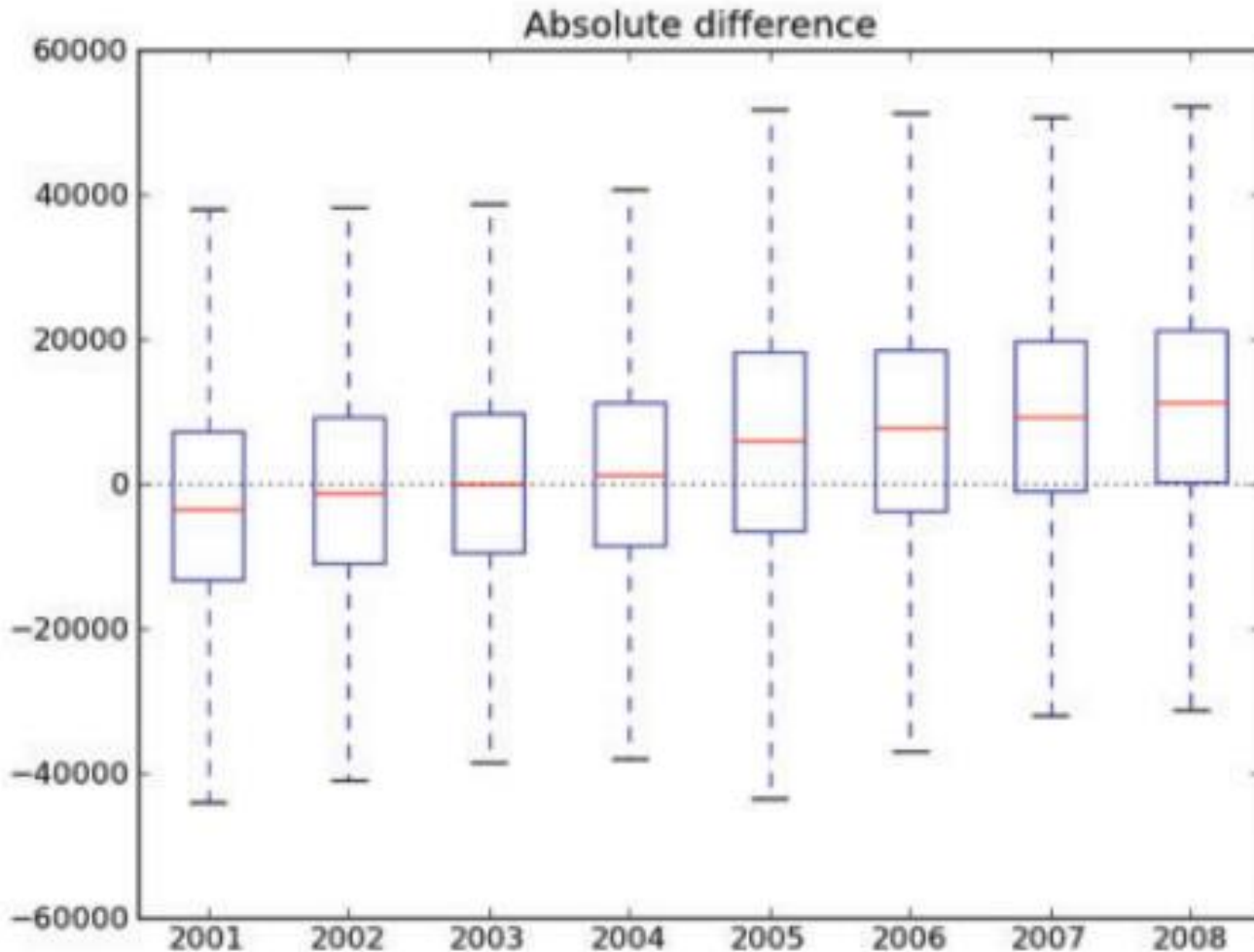
※コミューン: フランス等の基礎自治体(日本における市町村)



コミューンごとの世帯数(2001)

- 2001-2008の8年間(8期)
- ブリュッセル周辺151コミューンを4945ゾーン(i)に分割
- 4種の住宅を想定(戸建て、半戸建て、テラスハウス、集合住宅)
→ $4945 \times 4 = 19780$ の潜在的立地
- 1213169世帯
(統計データをもとに、それぞれの世帯 Agentに、世帯人数、収入レベル、子供の数、就労者の数、教育水準を割り振る)

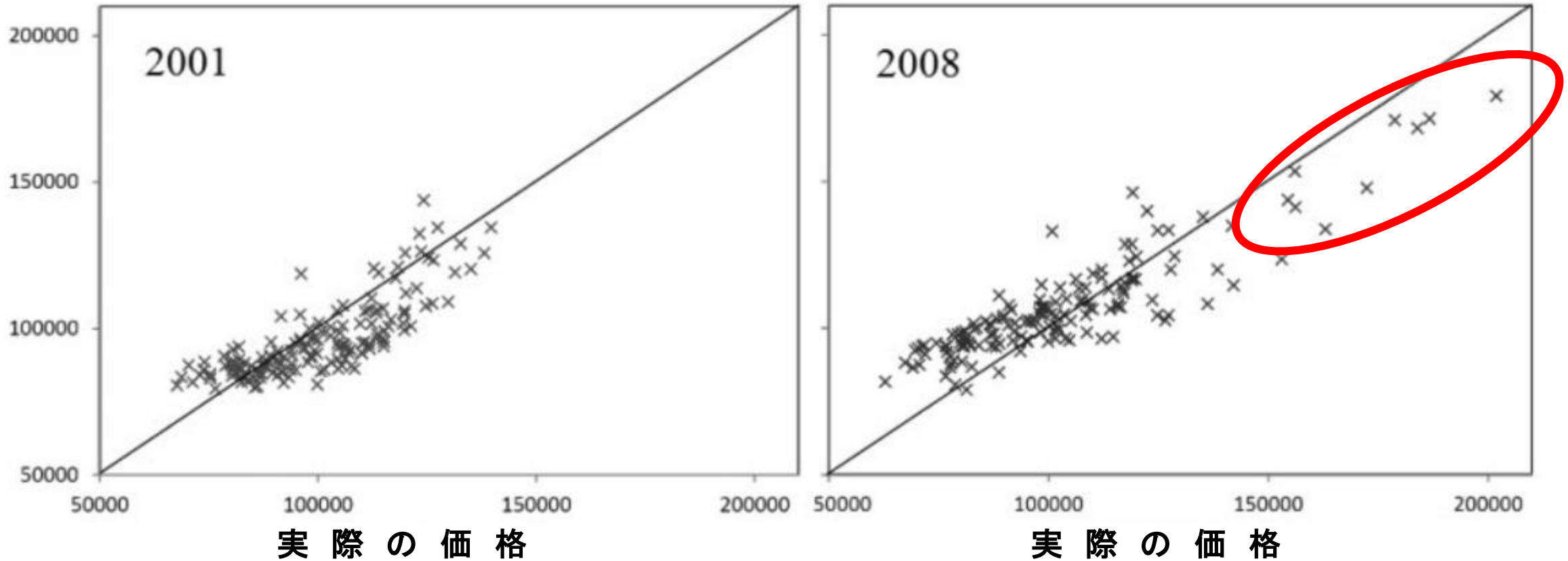
| Attribute | Levels |
|--|--|
| Income level of the household (inc_h) | 1 (0-1,859 Euros) 2 (745-1,859 Euros) 2 (1,860-3,099 Euros) 4 (3,100-4,958 Euros) 5 (>4,959 Euros) |
| Household size (hh_size_h) | 1,2,3,4,5+ |
| Number of children ($children_h$) | 0,1,2+ |
| Number of workers ($workers_h$) | 0,1,2+ |
| Number of cars ($cars_h$) | 0,1,2,3+ |
| Number of people with university degree ($univ_h$) | 0,1,2+ |



- 期を経るごとに過少推定→過大推定
→世帯数の増加により価格は上昇する
モデルとなっているため。
(2004→2005で顕著な人口増があった)

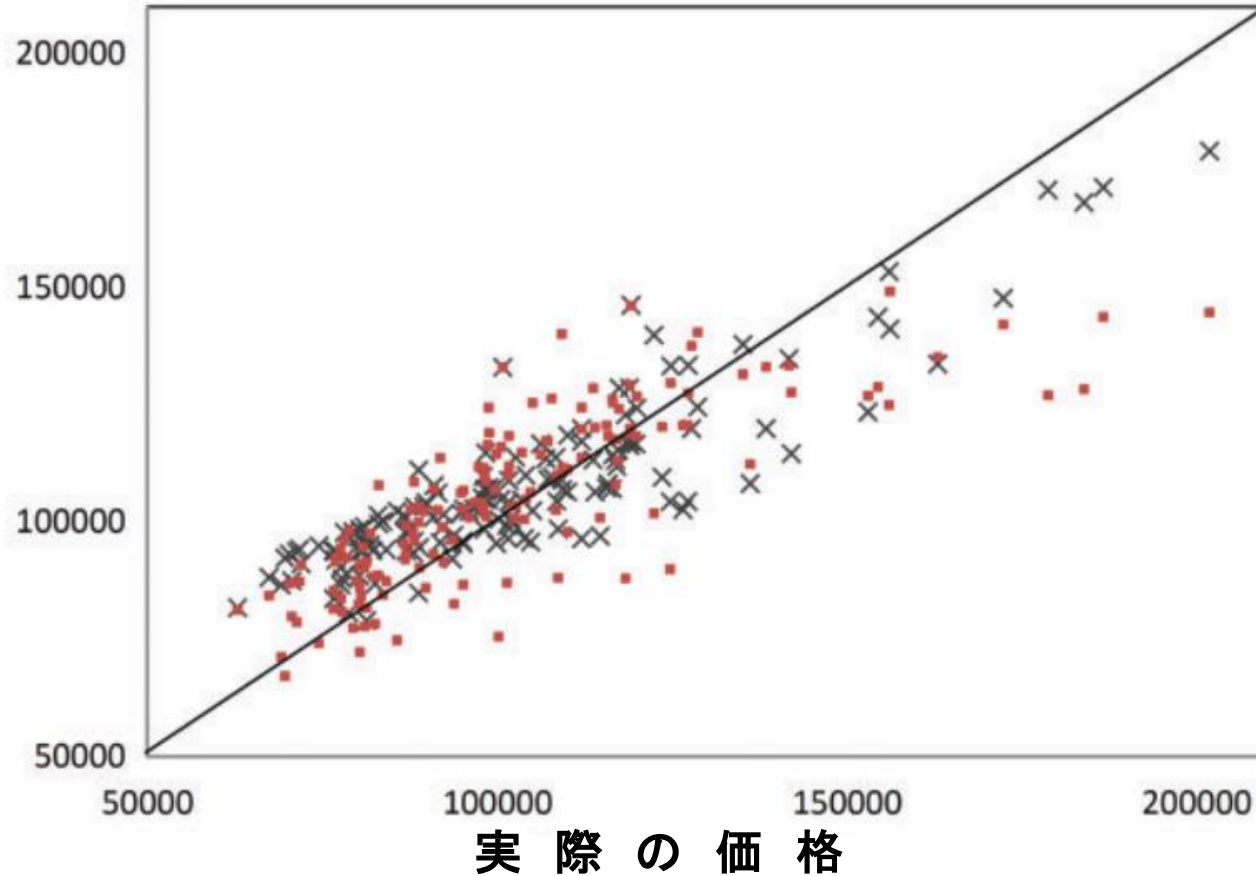
シミュレーションで得られた値と実データとの乖離(平均価格)

シミュレーションによる予測値(価格)



- 裕福なコミュニティほど価格を過少推定している
→4タイプの住宅の供給量が同じ割合で増加することを仮定しているため
(実際は価格の高い住宅ばかりが増加したと考えられる)

シミュレーションによる予測値（価格）



p11より

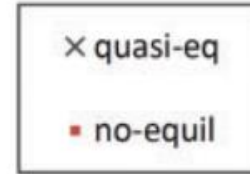
$$b_h^t = -\ln \left(\sum_{i \in S^t} \exp(b_{hi}(z_i^{t-1}, \beta) - r_i^{t-1}) \right)$$

b_h^t : 調整成分

$b_{hi}(z_i, \beta)$: 土地*i*の属性*z_i*による部分 (hednic part)

β : パラメータ

r_i^{t-1} : t-1期の土地*i*の価格



特に裕福なコミュニティで、準均衡の手法を使った方がより良い推定
 → 高所得者ほど住みたい場所により高い支払意思額をもつ

(提案手法である準均衡は上式より、これを表現できている)

立地選択マイクロシミュレーションにおけるMarket Clearingの手法を提案:

- 準均衡アプローチ**
- Agentは入札額の決定に際して1期前の市場データをもとに期待効用を推定
 - Agentはどこかに土地を確保できるように入札額を調整する

メリット

- 均衡問題を解く必要がないので計算コストが低い
→大規模なマイクロシミュレーションに適用可能
- 入札額の調整を通して均衡の方向に進む(準均衡)
- 経路依存性が小さい

成果

- 代表的な土地利用モデルのフレームワークRUSH-LoUDに提案手法を組み込み、ブリュッセルのデータに適用

今後の展望

- 土地利用規制・開発制約を組み込む
- 均衡モデルとのパフォーマンスの比較

意思決定者の予測に基づき競争が生じる様々な市場・選択モデルに応用可能
e.g., 公共事業の入札、労働市場(労働者はスキルをもとに賃金を入札)