行動モデルの発展の系譜

2017年度スタートアップゼミ　4/19@愛媛県松野町　　　　B4　山口未鈴

目次

- 行動モデルの登場
- 離散選択モデル
  - プロビットモデル
  - ロジットモデル
  - ロジットモデルのIIA特性とその緩和モデル
- 離散連続選択モデル
  - 誘導型モデル
  - 構造型モデル
- その他の行動モデル（紹介だけ）

行動モデルの登場前の交通工学

- 初期の交通工学は，集計分析から始まる．
  - ゾーンごとにまとめられたデータを対象とし，経験的なルールを基にゾーン単位の数値を予測，配分する
  - 昔の「交通需要が急速に増える時代」においては，大規模施設計画の評価等に有効だった
  - Ex.）四段階推定法

しかし，

- 問題点
  - トリップ量を所与として扱うため，政策による誘発交通を考慮できない
  - より小単位での人の動きを考慮できない＝ソフト政策が主流となってくると，政策評価には不向き

行動モデルの登場

- 集計分析から，各個人の行動を対象とする非集計分析へ
  - 個人に対し，その選択行動を予測する数式モデルを作り，その結果から個人の集合体である全体の行動変化を予測する
  - 施策による人の行動の変化を予測しやすくなった
  - 個人単位を対象とするモデルなので，他の地域などへのモデルの転用が比較的容易にできる．

- 行動モデルの基本概念
  - 効用最大化：個人は自分の効用が最大となる選択肢を選ぶ．
  - ランダム効用理論：個人の効用に関するすべての要因を観測することは不可能（Ex.やたら電車好き，等）．

    なので，効用に確率項を含めることで，非観測特性を考慮したことにする

離散選択モデルの基本

離散選択モデルの基本

- ある選択肢 i を選んだ場合の個人 n の測定可能な効用 V

$$V_{in} = \beta_1 x_{1in} + \beta_2 x_{2in} + \cdots + \beta_K x_{Kin}$$

  - β：未知パラメータ　　x：効用に影響する説明変数（全部でK個）
- 実際には観測できない効用の説明変数が存在するため，個人の真の効用Uは以下の通り

$$\begin{aligned} U_{in} &= \beta_1 x_{1in} + \beta_2 x_{2in} + \cdots + \beta_K x_{Kin} + \epsilon_{in} \\ &= \underbrace{V_{in}}_{\text{確定項}} + \underbrace{\epsilon_{in}}_{\text{誤差項}} \end{aligned}$$

  - ε：非観測特性を表す効用の誤差項

離散選択モデルの基本

- **個人ｎが選択肢ｉを選択する選択確率Ｐ**

$$
\begin{aligned}
P_n(i) &= Pr[U_{in} \geq U_{jn}, for \forall j, j \neq i] \\
&= Pr[V_{in} + \epsilon_{in} \geq V_{jn} + \epsilon_{jn}, for \forall j, j \neq i]
\end{aligned}
$$

- ＝選択肢ｉを選んだ場合の効用Uiが，他のどの選択肢ｊを選んだ場合の効用Ujより高い確率

離散選択モデルの基本

- 選択肢がｉとｊの二種類しかないと想定する（二項選択問題）と，選択確率Ｐは以下の通り

$$
\begin{aligned}
P_n(i) &= Pr[U_{in} \geq U_{jn}] \\
&= Pr[V_{in} + \epsilon_{in} \geq V_{jn} + \epsilon_{jn}] \\
&= Pr[\epsilon_{jn} - \epsilon_{in} \geq V_{in} - V_{jn}] \\
&= Pr[\epsilon_n \geq V_{in} - V_{jn}] \\
&= F_\epsilon(V_{in} - V_{jn})
\end{aligned}
$$

  - Ｆ：ϵ_n の累積分布関数

<u>では，確率項εをどのような関数の分布形として設定するか？</u>

確率項の分布形①正規分布

- 最も自然に考えると，確率項は正規分布に従うと考えるのが妥当
  - ひとりひとりの効用は，よくわからない部分が多い
  - でも最終的にデータをたくさん集めたら，（中心極限定理より，）確率項は正規分布に従うのでは？

確率項の分布形①正規分布

- 最も自然に考えると，確率項は正規分布に従うと考えるのが妥当

$$
\begin{aligned}
P_n(i) &= \Phi_\epsilon(V_{in} - Vjn) \\
&= \int_{-\infty}^{V_{in}-V_{jn}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon}{\sigma}\right)^2\right] d\epsilon \\
&= \int_{-\infty}^{\frac{V_{in}-V_{jn}}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}z^2\right] dz \\
&= \Phi\left(\frac{V_{in} - Vjn}{\sigma}\right)
\end{aligned}
$$

- 名称：プロビットモデル
- 選択確率式：オープンフォーム

  ＝積分の式が残ってしまう

  →計算が困難

- Φ：標準正規分布の累積分布関数

確率項の分布形②ガンベル分布

- 『プロビットモデルは計算が大変…→選択確率をきちんと計算できるようにしよう！』

というわけで，

- 確率項がガンベル分布に従うと仮定

$$P_n(i) = \frac{1}{1+\exp(-\mu(V_{in}-V_{jn}))} = \frac{\exp(\mu V_{in})}{\exp(\mu V_{in})+\exp(\mu V_{jn})}$$

  - μ：スケールパラメータ．ϵ_n のばらつきの程度を表し，
    標準偏差に反比例する．

- 名称：ロジットモデル
- 選択確率式：クローズドフォーム
  ＝積分の式が残らない
  →計算がラクになった！

確率項の分布形②ガンベル分布

ところで，突如出てきたガンベル分布とは？

＜累積分布関数＞

$$F(\epsilon) = \exp(-\exp(-\mu(\epsilon - \eta)))$$

＜確率密度関数＞

$$f(\epsilon) = \mu \exp(-\mu(\epsilon - \eta)) \exp(-\exp(-\mu(\epsilon - \eta)))$$

- η：ロケーションパラメータ．
  分布の位置（最頻値）を表す．
- 平均値：η+γ/μ　　分散：$\pi^2/6\mu^2$

性質① 差はロジスティック分布に従う

- $\epsilon = \epsilon_1 - \epsilon_2$ は次の分布形に従う

$$F(\epsilon) = \frac{1}{1 + \exp(\mu(\eta_2 - \eta_1 - \epsilon))}$$

- ε_1とε_2はパラメータ(η_1, μ),(η_2, μ)に従うとする

性質② 最大値は以下のパラメータに従う

- ε_iがそれぞれパラメータ（η_i，μ）を持ち，独立で同一なガンベル分布に従うとするとき，
- $max(\epsilon_1, ..., \epsilon_I)$ は次のパラメータを持つガンベル分布に従う

$$\left(\frac{1}{\mu} \ln \sum_{i=1}^{I} \exp(\mu\eta_i), \mu\right)$$

多項選択への拡張：ＭＮＬモデル

- 『現実では，多くの選択肢からどれにするか決める→二肢選択から多肢選択に拡張しよう！』
- ガンベル分布の二つの性質を用いると拡張が可能
- 多項選択問題の選択確率は，

$$P_n(i) = Pr[U_{in} \geq U_{jn}, for \forall j, j \neq i]$$
$$= Pr[U_{in} \geq \max_{\forall j, j \neq i} U_{jn}]$$

  - ここで，$\max_{\forall j,j\neq i} U_{jn} \equiv U_n^*$ とすると，性質②よりUn*はパラメータ $\left(\frac{1}{\mu}\ln\sum_{j\neq i}\exp(\mu V_{jn}), \mu\right)$ に従う
  - $U_n^* = V_n^* + \epsilon_n^*$ とすると，$V_n^* = \frac{1}{\mu}\ln\sum_{j\neq i}\exp(\mu V_{jn})$ とおける．
    ϵ_n^* はパラメータ（0，μ）のガンベル分布

※注意事項（後で重要になります）

- 各Ujnに含まれるεjnは　「独立で同一な」ガンベル分布に従う　という仮定を置いている．

多項選択への拡張：ＭＮＬモデル

- ガンベル分布の性質①を使うと，

$$
\begin{aligned}
P_n(i) &= Pr[V_{in} + \epsilon_{in} \geq V_n^* + \epsilon_n^*] \\
&= Pr[\epsilon_n^* - \epsilon_{in} \geq V_{in} - V_n^*] \\
&= \frac{1}{1 + \exp\left(\mu(V_n^* - V_i^* n)\right)} \\
&= \frac{\exp(\mu V_{in})}{\exp(\mu V_{in}) + \exp(\mu V_n^*)} \\
&= \frac{\exp(\mu V_{in})}{\exp(\mu V_{in}) + \exp\left(\ln \sum_{j \neq i} \exp(\mu V_{jn})\right)} \\
&= \frac{\exp(\mu V_{in})}{\sum_j \exp(\mu V_{jn})}
\end{aligned}
$$

- 名称：ＭＮＬモデル（多項ロジットモデル）
  （＝multinomial logit model）
- 選択確率式：クローズドフォーム

- 通常はμ＝１とおく
- 多肢選択モデルの基本の形

ここまでのまとめ：離散選択モデルの基本

行動モデル開発の始まり

- 大規模ハード開発の時代の終焉
- ソフト施策の影響評価のために，各個人がどのように選択し行動するのか知りたい

行動モデルの基礎

- 各個人は自分の効用を最大化するように行動する
- 各個人の効用の説明変数は，全ては観測できない→確率項で表現

離散選択モデル

- プロビットモデル
  - 誤差分布が正規分布
  - 自然な仮定だが，計算が大変（オープンフォーム）
- ロジットモデル
  - 誤差分布がガンベル分布
  - 計算は比較的容易（クローズドフォーム）

ロジットモデルのIIA特性とその緩和モデル

ロジットモデルの持つIIA特性

- MNLモデルの選択肢 i と j の選択確率の比をとってみると，

$$P_{in}/P_{jn} = \exp\left(V_{in} - V_{jn}\right)$$

  - 二つの選択肢の選択確率の比は，その他の選択肢に全く影響されていない
    （それらの選択肢の効用の確定項のみで決定される）

＝ＩＩＡ特性（independence from irrelevant alternatives）．

<u>この特性で，具体的にどのような問題があるのか？</u>

ロジットモデルの持つIIA特性の問題点

- IIA特性＝二つの選択肢の選択確率の比は，その他の選択肢に影響されないという特性
- 問題が発生する例：赤バスー青バス問題
  - 自動車，赤バス，青バスの3つがあり，効用の確定項がすべて同じとする（ex.所要時間，費用）
    - IIA特性下（ＭＮＬモデル）では選択確率は自動車＝1/3　赤バス＝1/3　青バス＝1/3

  しかし，直感的には，
    - まず，自動車で行くかバスで行くかを選ぶ：自動車の選択確率が1/2，バスの選択確率が1/2
    - 次に，赤いバスで行くか青いバスで行くかを選ぶ：赤バスの選択確率が1/4，青バスの選択確率が1/4

→選択確率は自動車＝1/2　赤バス＝1/4　青バス＝1/4

- 現実の世界では，類似した選択肢が存在する場合，他の選択肢に比べてその選択肢を選ぶ確率は低くなる

つまり，

選択肢間には相関が存在する

⟷ ロジットモデルでは，選択肢間の確率項は「独立で同一」の分布を仮定している

選択肢間の相関を考慮したモデル①ＮＬモデル

ＮＬ（nested logit）モデル：最終的な選択をするまでに，段階的に何度も選択がなされるという考え方

- 例）目的地選択＋そこに行くまでの交通手段選択　のモデル

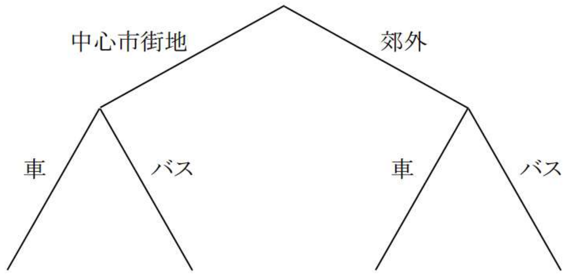


図１）ＮＬモデルの入れ子の構造

上位ネスト：目的地ｄの選択

下位ネスト：交通手段ｉの選択

- （ｉ，ｄ）を選択した場合の効用Ｕは，

$$U_{di} = V_d + V_i + V_{di} + \epsilon_d + \epsilon_{di}$$

  - Ｖd：目的地による効用の確定部分　Ｖi：交通手段による効用の確定部分　Ｖdi：目的地と交通手段の組合せによる効用の確定部分
  - εd：目的地による効用の確率項（max Udi がスケールパラメータ μd を持つガンベル分布になるような分布に従うと仮定）
  - εdi：目的地と交通手段の組合せによる効用の確率項（スケールパラメータ μ をもつ互いに独立な ガンベル分布に従うと仮定）

選択肢間の相関を考慮したモデル①ＮＬモデル

- **組合せ（ｉ，ｄ）の選択確率は「目的地の選択確率」と「条件付交通手段の選択確率」の積で表す**

$$P(d,i) = P(i|d)P(d)$$

①　まず目的地の選択確率Ｐ(ｄ)を求める

$$
\begin{aligned}
P(d) &= Pr\left[\max_i U_{di} \geq \max_i U_{d'i}, d' \neq d\right] \\
&= Pr\Big[V_d + \epsilon_d + \max_i \left(V_i + V_{di} + \epsilon_{di}\right) \qquad (3.135) \\
&\qquad \geq V_{d'} + \epsilon_{d'} + \max_i \left(V_i + V_{d'i} + \epsilon_{d'i}\right), d' \neq d\Big]
\end{aligned}
$$

- $\max_i (V_i + V_{di} + \epsilon_{di})$ について
    - スケールパラメータ μ を 持つガンベル分布に従う（εdiがスケールパラメータμのため）
    - ロケーションパラメータ部分：$V'_d \equiv \frac{1}{\mu} \ln \sum_i \exp\left(\mu(V_i + V_{di})\right)$（Ｖ‘d＝ログサム変数）
- したがって，目的地ｄの選択確率は以下の通り

$$P(d) = Pr\left[V_d + V'_d + \epsilon_d + \epsilon'_d \geq V_{d'} + V'_{d'} + \epsilon_{d'} + \epsilon'_{d'}, d' \neq d\right]$$

ただし，
$\epsilon'_d \equiv \max_i (V_i + V_{di} + \epsilon_{di}) - V'_d$

選択肢間の相関を考慮したモデル①ＮＬモデル

- 目的地の選択確率は，離散選択モデルの効 用の確定項：Vd＋V‘d，誤差項：ϵd＋ϵd’とみなせるので，

$$P(d) = \frac{\exp(\mu^d(V_d + V'_d))}{\sum_{d'} \exp(\mu^d(V_{d'} + V'_{d'}))}$$

② 目的地が決まっている上での交通手段の選択確率Ｐ(ｍ｜ｄ)を求める

$$\begin{aligned} P(m|d) &= Pr\left[U_{di} \geq U_{di'}, i' \neq i|d\right] \qquad (3. \\ &= Pr\left[V_i + V_{di} + \epsilon_{di} \geq V_{i'} + V_{di'} + \epsilon_{di'}, i' \neq i|d\right] \end{aligned}$$

- 離散選択モデルで，効用の確定項：Vi＋Vdi，誤差項：ϵdi とものとみなせるので，

$$P(i|d) = \frac{\exp(\mu(V_i + V_{di}))}{\sum_{i'} \exp(\mu(V_{i'} + V_{di'}))}$$

選択肢間の相関を考慮したモデル①ＮＬモデル

③　組合せ（ｉ，ｄ）の選択確率Ｐ(ｄ，ｉ)を求める

$$
\begin{aligned}
P(d,i) &= P(i|d)P(d) \\
&= \frac{\exp(\mu(V_i + V'_{di}))}{\sum_{i'} \exp(\mu(V_{i'} + V'_{di'}))} \frac{\exp(\mu^d(V_d + V'_d))}{\sum_{d'} \exp(\mu^d(V_{d'} + V'_{d'}))} \quad (3.
\end{aligned}
$$

- スケールパラメータについて
  - ２つのスケールパラメータμとμ^{d}を同時に定めることはできない
  - →μ（交通手段の効用の誤差項のばらつき）を１として，μ^{d}を求めることが多い
  - ネスト間の相関構造を考えると，μ^d/μは１以下とならなければいけない．
    - ϵdの中では，「車を選ぶ人」と「バスを選ぶ人」のそれぞれで，ある程度誤差項の分布にまとまりがあるはずだから

選択肢間の相関を考慮したモデル②ＣＮＬモデル

CNL （cross nested logit）モデル：ＮＬモデルに下記の２つの特性を追加

特性①　複数のネストに帰属することができる

- **例）**

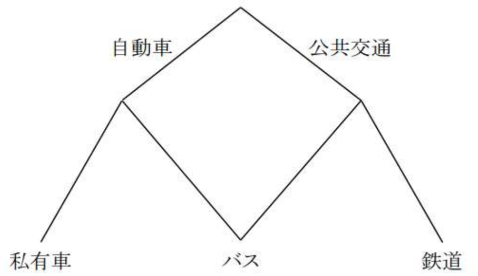


図２）ＣＮＬモデルの入れ子の構造

特性②各ネストへの帰属度を設定できる

- **アロケーションパラメータαを導入**
  - **どちらの性質のほうが支配的かを示す指標．和は１になる**
  - **例）$\alpha^{車}+\alpha^{公共交通}=1$**

下位ネストの選択肢集合Cから選択肢ｉを選ぶ条件付選択確率は以下の通り

$$P(i|C) = \sum_{m=1}^{M} \frac{\left(\sum_{j\in C}\alpha_{jm}^{\mu_m/\mu} e^{\mu_m V_j}\right)^{\frac{\mu}{\mu_m}}}{\sum_{m'=1}^{M}\left(\sum_{j\in C}\alpha_{jn}^{\mu_{m'}/\mu} e^{\mu_{m'} V_j}\right)} \cdot \frac{\alpha_{im}^{\mu_m/\mu} e^{\mu_m V_i}}{\sum_{j\in C}\alpha_{jm}^{\mu_m/\mu} e^{\mu_m V_j}} \tag{3.152}$$

選択肢間の相関を考慮したモデル③ＧＥＶモデル

- GEV理論：ある条件を満たす関数Gによって特徴付けられるモデルは，
  - 選択肢間の相関を考慮し（＝IIA特性を緩和し），
  - 選択確率をクローズドフォームで記述することができる．
- 詳細は松岡君の発表を参照してください．
- network－GEVモデル：選択肢間の相関構造をネットワークで図示し，関数Gの複雑な証明無でGEVモデルを開発できる手法

その他のクローズドフォームの離散選択モデル

- MPDモデル
  - 「効用の微妙な違いは認識できない」とするモデル
- DOGITモデル
  - 効用に左右されない固定的な確率が存在することを認めたモデル
- EBAモデル
  - 複数の要因を同時に評価する構造を否定したモデル
  - 重要度の高い要因から，選択肢を「その要因を持つか否か」で除外していき，最後に残ったものが選択される
  - 例）問い：学食で昼に何を食べるか？　選択肢：赤門ラーメン，高いけど健康そうな定食，カツ丼，親子丼
    - ①　今日のお財布事情（８００円しか入ってない）→高いけど健康そうな定食は却下
    - ②　昨日何を食べたか（昨日はラーメンを食べた）→赤門ラーメンは却下
    - ③　豚肉派か鶏肉派か（私は鶏肉派）→親子丼

オープンフォームの離散選択モデル

オープンフォームは計算が煩雑　→　推定法の開発・計算機能の向上により，使われ始めている

- MNP（multinomial probit）モデル
  - 多項プロビットモデル．誤差項に，平均 0・分散共分散行列 Ω である多変量正規分布を仮定

$$P(i) = \int_{\epsilon_1=-\infty}^{\epsilon_i+V_i-\epsilon_1} \cdots \int_{\epsilon_i=-\infty}^{\infty} \cdots \int_{\epsilon_J=-\infty}^{\epsilon_i+V_i-\epsilon_J} \phi(\epsilon) d\epsilon_J \cdots d\epsilon_1 \quad (3.$$

$$\phi(\epsilon) = \frac{1}{2\pi^{\frac{I-1}{2}} \mid \sigma \mid^{\frac{1}{2}}} \exp(-\frac{1}{2}\epsilon\sigma^{-1}\epsilon') \quad (3.$$

- MXL(mixed logit, MMNL)モデル
  - プロビットモデルとロジットモデルを組み合わせたモデル

$$U_{in} = V_{in} + \eta_{in} + \epsilon_{in} \qquad V_{in} = \beta_i + X_{in}$$

  - β：確率的に変動するパラメータ．サンプル間の異質性を考慮
  - η ：共分散行列 Ω に従う正規分布に従う誤差項，ϵ は：IID ガンベル分布 に従う誤差項
  - ηは，誤差項の構造化や変数ごとの固有の誤差項への分割が可能→誤差項の相関や異分散性を表現

ここまでのまとめ：IIA特性と各種発展モデル

- **非集計分析において，計算の容易さから多用されるクローズドフォームのロジットモデル．**

しかし，誤差項の相関を考慮しないMNLモデルでは，IIA特性により現実との乖離が生じる

  - **<u>IIA特性：二つの選択肢の選択確率の比は，他の選択肢に左右されない</u>**

そこで，相関を考慮したモデルが開発されてきた

  - **<u>NLモデル：段階的な選択を行い，最終的な決断に至る構造</u>**
  - **CNLモデル：選択肢が複数のネストに含まれることを考慮**
  - **GEVモデル：IIA特性を考慮したオープンフォームの離散選択モデルの一般形**

また，オープンフォームのモデルに関しても，推定法の開発と計算機能の向上により，実用が可能となってきた．

  - **MNPモデル：多項プロビットモデル**
  - **MXLモデル：サンプル間の異質性や，誤差項の相関・異分散性を考慮**

離散連続選択モデル

離散連続選択モデルの出現

ここまでは，すべて離散的な選択に帰結する問題を扱ってきた．

- Ex.）何の運動をするか→どこでするか→その場所までどの交通手段で行くか（この選択確率を求める）

しかし，離散選択の結果に関係して現れる，連続的な選択の結果も知りたい

- Ex.）今日，酒を飲むか否か（離散的な選択）＋<u>どのくらいの量飲むか（連続的な選択）</u>
- Ex.）車を保有しているか（離散的な選択）＋<u>その個人のトリップの発生量はどのくらいか（連続的な選択）</u>

このような場合を記述するために現れたのが　<u>離散連続選択モデル</u>

離散連続選択モデルとは

- 最終的に現れる連続量を推定する形が基本
  - Ex.）今日飲む酒の量（単一の連続量を選択）
  - Ex.）自分の所得を何にどれくらい配分するか（複数の連続量を選択）

- 現れる連続量が<u>端点解（最適解＝0）</u>の場合もある
  - 消費量は基本的には連続
    - Ex.）酒の消費量：100ml，120ml，123ml，…
  - しかし，現実の世界で連続量を選択する場合，0未満の値は現れない

単純な連続量推定式では，負の値が推定されて現実に何の意味もない数字になる場合がある

→<u>端点解を適切に取り扱うことが必要</u>

2種類の離散連続選択モデル

離散ー連続選択モデルは大きく分けて２種類ある．目的に合わせて使い分ける．

- **誘導型**
  - 実際の統計的な現象を直接的に記述する．表現の自由度が高い
    - 不完全観測下（データにバイアスがかかっている場合）での行動モデルにも適用できる（後述）
    - 離散的選択の結果と連続的選択の結果が非線形に依存している場合にも適用できる（後述）

- **構造型**
  - 資源制約条件を明示したモデル
    - 限られたもの（資源）を配分することを考える場合に有用
    - 経済理論との整合性が高く，政策評価によく使われる

誘導型モデル①TYPE Ⅰ TOBITモデル

<u>Type Ⅰ Tobitモデル</u>：「潜在的な連続量が０以下＝実際には行動しない」

- 例）「酒を何ml飲むか」

$$y_n^* = \beta x_n + \epsilon_n$$

← 潜在的な連続量の選択（何mlくらい酒を飲むか）

$$y_n = \begin{cases} y_n^* & if\ y_n^* > 0 \\ 0 & if\ y_n^* \leq 0 \end{cases}$$

← 潜在的な連続量が正なら，選択した量を飲む

← 潜在的な連続量が０以下なら，飲まない

離散選択の結果を同時に表現（酒を飲むか否か）

  - y* n：個人ｎにおけるｙ（酒の消費量）の<u>潜在的な値（＝潜在変数）</u>
  - yn ：個人ｎにおける<u>実際に現れる</u>ｙの値（観測結果）

- 離散的選択と連続的選択を<u>１つの関数で扱っている</u>ことが特徴
  - Ex.）酒の消費量が-145mlと予測された＝実際には飲まない（観測される消費量は0）

誘導型モデル②TYPE Ⅱ TOBITモデル（サンプルセレクションモデル）

Type Ⅱ Tobitモデル：「その行動をするorしない→する場合はどのくらいするか」

- 例）「酒を何ml飲むか」

$$
\begin{aligned}
y^*_{n1} &= \beta_1 x_{n1} + \epsilon_{n1} \\
y^*_{n2} &= \beta_2 x_{n2} + \epsilon_{n2} \\
y_{i2} &= \begin{cases} y^*_{n2} & if \;\; y^*_{n1} > 0 \\ 0 & if \;\; y^*_{n1} \leq 0 \end{cases}
\end{aligned}
$$

← まず離散的選択（連続的選択として表現：酒を飲むことへの気持ちの高まり）

← 次に連続量選択（飲む場合の，酒を実際に飲む量）

← 酒を飲む→選択②の飲む量を出力

← 酒を飲まない→選択②の量は出力しない（無条件で０）

  - y* n：潜在変数　　yi2 ：実際に現れるy の値（観測結果）

- 離散的選択と連続的選択を分けて記述したことが特徴
  - 今後のモデルはType Ⅱ をベースにしている

（Type Ⅲ，Ⅳはこれの自然な拡張らしいので省略）

誘導型モデル③TYPE Ⅴ TOBITモデル（内生的スイッチング回帰モデル）

Type Ⅴ Tobitモデル：離散的選択の結果，連続量に関してどの予測式を使うかが変わる

- 例）「自動車保有の有無による一日のトリップ発生量の違い」

$$y^*_{n1} = \beta_1 x_{n1} + \epsilon_{n1}$$
← 離散的選択（車を持っているか否か）

$$y^*_{n2} = \beta_2 x_{n2} + \epsilon_{n2}$$
← 連続量選択（車を持っている場合）

$$y^*_{n3} = \beta_3 x_{n3} + \epsilon_{n3}$$
← 連続量選択（車を持っていない場合）

$$y_{n1} = \begin{cases} 1 & if \;\; y^*_{n1} > 0 \\ 0 & if \;\; y^*_{n1} \leq 0 \end{cases}$$
← 離散選択の結果を出力：1＝持っている　0＝持っていない

$$y_{n3} = \begin{cases} y^*_{n3} & if \;\; y_{n1} = 0 \\ 0 & if \;\; y_{n1} = 1 \end{cases}$$
← 車を持っていない場合の連続量を出力（車を持っている場合の連続量は y_{n2}で出力する）

- 「離散的な選択の結果，連続量がどう変わるか」を見る

誘導型モデル④その他の拡張したモデル

BMOPTモデル：Tobitモデルを多変量選択に拡張

- 例）「車と自転車の複数保有の有無による，それぞれの利用回数の違い」

離散問題

$$y_{1i}^{*} = \mathbf{z}_i\beta_{11} + \varepsilon_{1i},$$
$$y_{2i}^{*} = \mathbf{z}_i\beta_{21} + \varepsilon_{2i},$$
$$y_j = \begin{cases} 0 & \text{if } y_j^{*} < \alpha_1 \\ 1 & \text{if } \alpha_1 \le y_j^{*} < \alpha_2 \\ 2 \text{ or more} & \text{if } y_j^{*} > \alpha_2 \end{cases},$$
$$\text{for } j = 1,2,$$

- 車と自転車それぞれの保有台数を求める
- ｙ₁：車の保有台数　ｙ₂：自転車の保有台数

連続問題

$$y_{3i}^{*} = \mathbf{z}_i\beta_{31} + \varepsilon_{3i},$$
$$y_3 = \begin{cases} y_3^{*} & \text{if } y_1 = 1 \text{ or } 2 \\ 0 & \text{if } y_1 = 0 \end{cases},$$
$$y_{4i}^{*} = \mathbf{z}_i\beta_{41} + \varepsilon_{4i},$$
$$y_4 = \begin{cases} y_4^{*} & \text{if } y_2 = 1 \text{ or } 2 \\ 0 & \text{if } y_2 = 0 \end{cases},$$

- 車と自転車それぞれの利用回数を求める
- ｙ$_3$：自動車の利用回数　ｙ$_4$：自転車の利用回数

誘導型モデル④その他の拡張したモデル

コピュラ関数を誤差関数に利用したモデル

- 変数間の非線形の依存関係や，相関の非対称な大きさを記述

- 例）「自動車保有の有無によるトリップ発生量の違い」
  - 自動車無：トリップの発生量は制限される
  - 自動車有：トリップ発生に対する意思決定の自由度は高い（必ずしも増えるとは限らない）

→この場合，自動車有と無では，トリップ発生量への影響力が違う

誘導型モデルの使用が望ましいケース

- 打ち切りデータの場合
  - データ調査での都合上，正確な数値が得られずカテゴリーの下限（上限）値で表されてしまう
  - 例）「所得を聞くアンケート」
    - 所得が大きいと「△△万円以上」と一括してコーディングされることがある（個人が特定できてしまうため）
- 切断データの場合
  - 一定の条件を満たさない観測値は観測されないため，母集団からのランダムサンプリングにならない
  - 例）株式の保有高と所得の関係を調査する
    - 株式保有者を対象にして調査する→株式非保有者（＝保有高０）と所得の関係が現れない
  - 例）有配偶者女性の市場賃金を推定する
    - 専業主婦の市場賃金はデータ上は０
    - これは，「働いても良いと思える賃金より市場賃金が安い」から市場賃金が観測されないだけ
    - 専業主婦が０円の賃金でも働く，という意味ではない

これらのサンプルセレクションバイアスが発生する場合，Type Ⅱのような誘導型モデルが望ましい．

誘導型モデルまとめ

実際に起こる統計的な現象を記述する．いろいろな現実の状況を反映できるという点で使い勝手がいい

Type Ⅰ Tobit

連続量を予測し，その値が０以下ならその行動はされない（連続量の推定結果次第で離散的選択の結果も決定される）

Type Ⅱ Tobit

まず離散選択をし，その行動がなされる場合にのみ連続選択も行う

（行動するかしないかを先に推定，する場合のみ連続量を推定）

Type Ⅴ Tobit

離散選択でどちらの選択肢を選んだかによって，用いる連続選択の式が変わる

（離散選択がAなら連続量の推定式はa，Bなら推定式b）

その他拡張モデル

- BMOPTモデル：**多変量への拡張**
- **コピュラ関数の利用：誤差関数を操作し，変数間の相関関係やばらつきの表現を工夫したもの**

構造型モデル

- 基本は資源制約条件下での個人ｎの効用最大化・資源配分問題

$$U_n = f_n(z_{1n}, z_{2n}, \dots, z_{In})$$
$$\sum_{i=1}^{I} p_i z_{in} = E_n, \quad \forall z_{in} \geq 0$$

  - Ｕ：直接効用関数　ｚ：財ｉの消費量（財はＩ種類ある）　ｐ：財ｉの価格　Ｅ：個人ｎの総資源量

- 効用関数をどのように最大化するかで二種類に分けられる
  - 間接効用関数を設定し，選択確率および選択したそれぞれの財の需要関数を求める→ロワの恒等式を使う
  - 限界効用に着目し，すべての選択肢の限界効用が同一になるように配分する→KKT条件を使う

・直接効用関数と間接効用関数
　個人ｎの効用は，財をどれくらい消費できるかで決まる：財の消費量で効用を書き表したもの＝直接効用関数
　しかし，財の消費量は個人の所得（総資源）と財の価格で決定される：財の価格と総資源量で効用を書き表したもの＝間接効用関数
・限界効用
　財ｉを１単位消費したときに増加する効用．消費量が増えるにつれて限界効用は下がる（限界効用逓減の法則）．
　ある財ｉの限界効用が別の財ｊの限界効用を下回ると，資源は財ｊへ配分される→繰り返していくと，すべての財の限界効用は等しくなる

構造型モデルを解く①ロワの恒等式を使う

①　間接効用関数Ｙを設定

- 個人ｎが資源制約下で直接効用関数を最大化した結果，選択肢ｉが選ばれたとして 得られる間接効用関数Ｙ

$$Y_{in} = Y_{in}(p_i, E_n, x_{in}, s_n, \epsilon_{in})$$

- ｘin ：選択肢ｉの観測される属性　ｓｎ ：個人ｎの社会経済属性　ϵin：非観測特性

②　ある財ｉの選択確率Ｐを設定：離散的な選択

- 個人ｎが（他の選択肢ｊに比べて）間接効用関数が最大となる選択肢ｉを選ぶとすると，

$$P_{in} = Pr[Y_{in}(p_i, E_n, x_{in}, s_n, \epsilon_{in}) > Y_{jn}(p_j, E_n, x_{jn}, s_n, \epsilon_{jn}), j \in I, j \neq i]$$

③　ある財ｉの需要関数（＝消費量）ｚを設定：連続量の選択

- ロワの恒等式（間接効用関数と需要関数の関係を示す恒等式）

$$z^*_{in} = -\frac{\partial Y_{in}(p_i, E_n, x_{in}, s_n, \epsilon_{in})/\partial p_i}{\partial Y_{in}(p_i, E_n, x_{in}, s_n, \epsilon_{in})/\partial E_n}$$

離散選択と連続選択を別々に解く　→　それぞれに対して非観測特性（誤差項）を設定できる

構造型モデルを解く①ロワの恒等式を使う

<u>非観測特性の扱い方</u>

- 離散選択・連続選択それぞれの非観測特性を，<u>両方とも間接効用関数に導入</u>

  導出されるもの

  - 離散選択：選択確率
  - 連続選択：需要関数自体が，属性変数に対する計量経済モデルとして導かれる

- 明示的な連続選択の非観測特性を<u>後から需要関数に導入</u>

  導出されるもの

  - 連続量需要関数
  - 導出された需要関数に，連続選択の非観測特性を付加→計量経済モデルを特定化

構造型モデルを解く②KKT条件を使う

①　ラグランジュ関数を設定

- ラグランジュ関数L：資源をすべては消費しない場合の効用関数（とみなせる）

$$L_{in} = U_{in}(z) - \lambda \left(\underbrace{\sum_{i=1}^{I} p_i z_{in} - E_n}_{} \right)$$

↑余りの資源量

- Uin：ある財ｉの１単位の消費による効用関数　　λ：ラグランジュ乗数＞０

②　ＫＫＴ条件でラグランジュ関数を解く

- ＫＫＴ条件：ラグランジュ関数の制約条件に不等式と等式の両方が含まれる場合，関数を解くための必要十分条件

$$U_{in}(z) - \lambda p_i \leq 0 \leq z_{in}, \quad i = 1, \ldots, M$$
$$p_i^T z_{in} - 1 \leq 0 \leq \lambda$$

構造型モデルを解く②ＫＫＴ条件を使う

- 少なくとも１つの財は必ず消費されるので，その財をｉ＝１の財とすると，

$$\lambda = U_{1n}(z)/p_1$$

- これを用いると，ＫＫＴ条件は以下のように表せる

$$p_1 U_{in}(z) - p_i U_{1n}(z) \leq 0 \leq z_{in}, \quad i = 2, \ldots, M,$$
$$p_i^T z_{in} = 1$$

- 個人の選好差を反映する確率項が，人口上にランダムに分布していると仮定し，

$$U_{in}(z, \epsilon_{in}) = V_{in}(z) + \epsilon_{in}, \quad i = 1, \ldots, M,$$

→ラグランジュ関数に導入して，Ｕを最大化するｚを求める

<u>離散選択と連続選択を同一の式（直接効用関数）の中で扱っている</u>

- 「推定結果で，連続量が０以下＝そこには資源を配分しない」とみなす
- 非観測特性（誤差項）を，離散選択と連続選択でばらばらに設定することができない

構造型モデルを解く②KKT条件を使う

多くの場合，限界効用が個人によってランダムに変動するように直接効用関数を設定する．

- ランダム項に正規分布を仮定
- ランダム項にガンベル分布を仮定
  - MDCEVモデル
    - 複数個の離散選択肢を同時に選択，さらにそれぞれに消費量を配分することが可能
    - クローズドフォームで計算性が高いが，選択肢間の独立を仮定している（IIA特性）ことが課題
      - →MMDCEV（Mixed MDCEV）モデル：誤差相関と不等分散性に対応

構造型モデルまとめ

資源制約条件下で，効用最大となる資源配分を求める．

<u>ロワの恒等式で解くモデル</u>

- 各財による間接効用関数をそれぞれ設定し，それぞれの財の選択確率およびそれぞれの財の需要関数を設定する
- 離散選択の非観測特性と連続選択の非観測特性を<u>別々に</u>扱う

<u>ＫＫＴ条件で解くモデル</u>

- 直接効用関数（資源配分の式）をそのまま最大化＝各財の限界効用が同一の値になるようにする
- →KKT条件を使って解く（ラグランジュ関数）
- 離散選択での誤差と連続選択での誤差を<u>まとめて１つの非観測特性として</u>扱う

その他の行動モデル

関係性を示すモデル：動的離散選択モデル

<u>動的離散選択モデル</u>：異時点間での離散選択の意思決定の変化を記述することができるモデル

- （ここまでの静的な離散選択では，ある一時点での意思決定を記述）

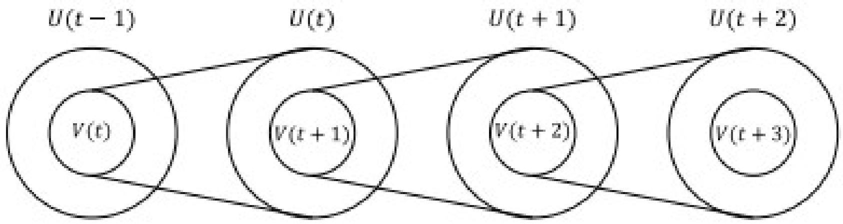


図３）ローカルインタラクションモデルの入れ子の構造

← 価値関数Ｕ(ｔ)は，
・期待将来効用Ｖ(ｔ ＋ １)（円の内側）
・現在効用（円の外側）の和で表される

- ある離散選択によって生み出される（期待将来効用＋現在効用）を価値関数として定義し，それが大きい方が選択されやすい
- 将来の価値が入れ子の構造になって現在の価値関数に組み込まれているのが特徴

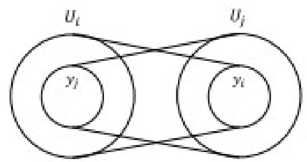
関係性を示すモデル：社会的相互作用モデル

社会的相互作用モデル：他人から影響を受けて個人の選択行動が変わることを記述したモデル

- ローカルインタラクションモデル
  - 個人ｉの効用Ｕが，別の個人ｊから影響を受けることを記述

$$U_i = \alpha_i + \beta_i X_i + \sum_{j \neq i} \gamma_j y_j + \varepsilon_i$$

    - α：定数項　Ｘ：外性的な説明変数　ｙ：他の個人ｊの影響（ｊの効用関数などが入る）　β，γ：未知パラメータ
  - これは，合わせ鏡のようにお互いの効用関数に相手の効用関数が入り込む構造になっている



関係性を示すモデル：社会的相互作用モデル

<u>社会的相互作用モデル</u>：他人から影響を受けて個人の選択行動が変わることを記述したモデル

- グローバルインタラクションモデル
  - 個人ｉが集団全体から影響を受けることを記述

$$U_i = \alpha_i + \beta_i X_i + \gamma_i \frac{\sum_j y_j}{N} + \varepsilon_i$$

  - 自分を含む集団全体から受ける影響を平均したものを「社会的作用」として受けているということになる
  - 自分の効用は，集団が与える影響に影響している

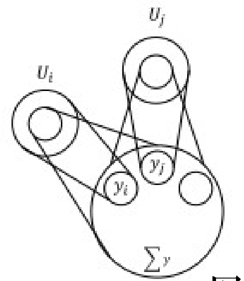


図４）グローバルインタラクションモデルの入れ子の構造

参考資料

- １）「ネットワーク行動学 -都市と移動- 第３章 ３．２ 行動モデル」
- http://bin.t.u-tokyo.ac.jp/kaken/data/3-2-20140926.pdf
- （数式，図はすべて上記サイトから引用）
- ２）「離散-連続モデルの研究動向に関するレビュー」福田 大輔・力石 真（2013）
- https://www.jstage.jst.go.jp/article/jscejipm/69/5/69_I_497/_pdf